

А.И. Лоскутов¹
 А.С. Дуников²
 А.Б. Артюшкин³
 А.А. Нечай⁴

A.I. Loskutov
 A.S. Dunikov
 A.B. Artyushkin
 A.A. Nechai

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
 СИСТЕМЫ СИМВОЛЬНОЙ
 СИНХРОНИЗАЦИИ НАЗЕМНОЙ
 ПРИЕМНО-РЕГИСТРИРУЮЩЕЙ СТАНЦИИ
 ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ
 В УСЛОВИЯХ ФЛУКТУАЦИЙ АМПЛИТУДЫ
 СИГНАЛА**

**MATHEMATICAL MODEL
 OF SYMBOL SYNCHRONIZATION
 SYSTEM OF TERRESTRIAL RECEIVING
 AND REGISTERING STATION
 OF TELEMETRIC INFORMATION
 IN CONDITIONS OF FLUCTUATION
 SIGNAL'S AMPLITUDE**

В статье представлена математическая модель системы символьной синхронизации наземной приемно-регистрирующей станции телеметрической информации в условиях случайной начальной фазы и флуктуаций амплитуды принимаемого группового телеметрического сигнала по обобщенному закону Рэлея. Для формализации математической модели применен широко известный в технике связи подход, основанный на многоканальном поиско-пороговом обнаружении. Подтверждена адекватность использования разработанной модели на основе оценки получаемых характеристик обнаружения системы символьной синхронизации.

Ключевые слова: групповой телеметрический сигнал, математическая модель, радиотелеметрическая система, обнаружение, символьная синхронизация.

The article presents a mathematical model of the symbol synchronization system of terrestrial receiving and registering station of telemetric information in conditions by the random initial phase and the fluctuations of the amplitude of the received telemetric signal according to the generalized of Rayleigh law. For the formalization of the mathematical model is applied the widely known in communication engineering approach based on multiway search-detection threshold. The adequacy of using the developed model on the basis of evaluation of the characteristics of detecting symbol timing system is confirmed.

Keywords: group telemetry signal, mathematical model, radio telemetry system, detection, symbol synchronization.

Введение

В настоящее время происходит значительная модернизация изделий ракетно-космической техники. Так, в последние годы разработаны перспективные ракетносители семейств «Союз» и

¹ Доктор технических наук, начальник кафедры, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского.

² Кандидат технических наук, начальник лаборатории кафедры, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского.

³ Кандидат технических наук, доцент кафедры, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского.

⁴ Преподаватель кафедры, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского.

«Ангара», а также осуществлено обновление и восполнение орбитальной группировки космических аппаратов. Исходя из данного направления развития космической отрасли государства, количество летных испытаний изделий ракетно-космической техники будет значительно возрастать. Вследствие этого к наземным радиотелеметрическим станциям предъявляются всё более жесткие требования в отношении достоверности и полноты регистрации телеметрической информации о состоянии работы бортовой аппаратуры [1]. Одним из основных направлений повышения полноты и достоверности за-

регистрованной телеметрической информации является разработка перспективных систем приема телеметрической информации, учитывающих различные особенности передачи группового телеметрического сигнала по радиоканалу. Анализ процессов передачи телеметрической информации по радиоканалу показал, что значительное влияние на качество приема телеметрической информации оказывают случайные флуктуации амплитуды группового телеметрического радиосигнала. При этом, исходя из структуры приемно-регистрирующей станции телеметрической информации, определено, что наиболее значительное влияние случайные флуктуации амплитуды принимаемого сигнала оказывают именно на систему символьной синхронизации. Следовательно, разработка новых подходов построения системы символьной синхронизации наземной приемно-регистрирующей станции, учитывающих случайные флуктуации амплитуды принимаемого сигнала, позволит повысить

полноту и достоверность регистрируемой телеметрической информации [2].

Постановка задачи по разработке математической модели системы символьной синхронизации наземной приемно-регистрирующей станции телеметрической информации

В целях формализации задачи по разработке математической модели системы символьной синхронизации радиотелеметрической системы, функционирующей в сложных условиях приема сигнала, следует установить математические зависимости между источником сообщения, переносчиками сообщений и каналом связи, влияющим на передаваемый сигнал [3]. Способом, содействующим установлению данных зависимостей, является формализованное описание процесса передачи телеметрической информации от бортовой аппаратуры потребителю, представленное на рис. 1.

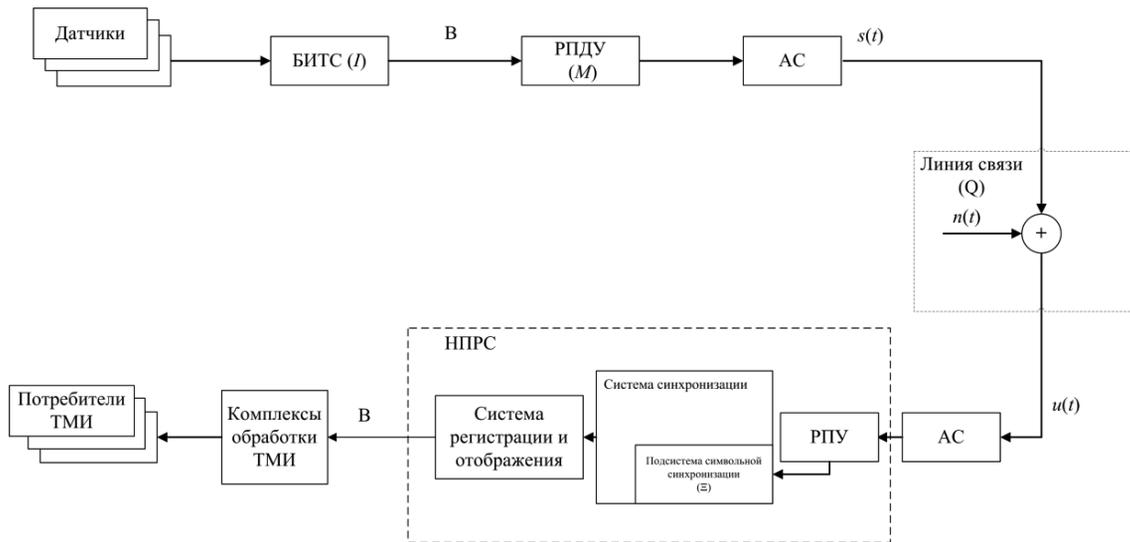


Рис. 1. Структурное описание процесса передачи телеметрической информации

На рис. 1 сокращения соответствуют: БИТС – бортовая информационно-телеметрическая система, РПДУ – радиопередающее устройство, АС – антенная система, РПУ – радиоприемное устройство, ТМИ – телеметрическая информация.

При данном рассмотрении системы передачи информации в качестве сообщения b следует рассматривать одиночный бит слова, принимающий значения информационного параметра λ , равного 0 или 1. Вследствие этого на выходе бортовой информационно-телеметрической си-

стемы после опроса всех датчиков за время сеанса измерения $T_{с.и.}$ передаваемая информация представляется в виде последовательности бит $V_{\langle k \rangle}$ -сообщений о состоянии контролируемых параметров, описываемых как $V_{\langle k \rangle} = \{b_1, b_2, \dots, b_k\}$, при этом b_i сопоставляется со значением информационного параметра λ , $i=1, k$; $\lambda \in \Lambda = \{1, 2\}$, где Λ – пространство значений передаваемых бит. Исходя из задач применения системы символьной синхронизации, заключающихся в точном определении временных границ следования бит и опознавании их информационных значе-

ний, время проведения сеанса измерений представляется множеством интервалов времени приема одиночных бит и описывается в следующем виде $\tau_{u_i} = [t_0, t_1] \subset T_{\text{с.и.}}$, $t_0 \in T_{\text{с.и.}}$, $t_1 \in T_{\text{с.и.}}$, $t_1 > t_0$ – время приема первого бита, $\tau_{u_k} = [t_{k-1}, t_k] \subset T_{\text{с.и.}}$, $t_{k-1} \in T_{\text{с.и.}}$, $t_k \in T_{\text{с.и.}}$, $t_k > t_{k-1}$ – время приема k -го бита.

В радиопередающем устройстве сообщение b_1 , выражающееся в значении информационного параметра λ , преобразуется в сигнал s . Математически данная операция отображения передатчиком информационного параметра λ в сигнал s описывается следующим образом:

$$s \rightarrow M(\lambda), \quad (1)$$

где M представляет собой оператор, с использованием которого задается способ формирования сигнала передатчиком, то есть определяется выбор переносчика информации и способа кодирования. При этом, в радиотелеметрических системах, вследствие большого объема передаваемой информации, помехоустойчивое кодирование не применяется. Следовательно, в качестве оператора M следует рассматривать вид модуляции передаваемого сигнала, в данном случае рассматриваются модуляции FSK и PSK.

В линии связи на передаваемый сигнал s воздействует возмущающая среда Q . В соответствии с этим, групповой телеметрический сигнал, поступающий из линии связи на вход системы символьной синхронизации, описывается следующим выражением:

$$u = Q(s, n), \quad (2)$$

где u – искаженный сигнал на входе наземной приемно-регистрающей станции;

n – белый гауссовский шум.

Действие возмущающей среды Q проявляется не только в форме аддитивного воздействия на передаваемый сигнал, но и в виде появления случайных изменений (флуктуаций) вектора информационных параметров сигнала $\bar{\alpha}$.

Постановка задачи по разработке математической модели системы символьной синхронизации радиотелеметрической системы, функционирующей в сложных условиях приема сигнала, сводится к следующим положениям.

Дано:

1) параметры канала передачи группового телеметрического сигнала от бортовой аппаратуры потребителю, представляемые следующим теоретико-множественным описанием

$$D = \{M, H, Q, I, u(t)\}, \quad (3)$$

где M – вид модуляции передаваемого сигнала;

H – структура кадра группового телеметрического сигнала, определяющая потенциальные

возможности по восстановлению тактовой частоты, на основе синхровставок, скремблеров и синхронизирующихся кодов;

Q – множество параметров возмущающей среды, которые характеризуют сложные условия приема группового телеметрического сигнала, приводящие к флуктуациям параметров $\bar{\alpha}$ группового телеметрического сигнала и снижению отношения сигнал/шум на входе приемного устройства;

I – информативность бортовой радиотелеметрической системы, которая определяет интервалы времени передачи сообщений b за время проведения сеанса измерений $T_{\text{с.и.}}$, $\tau_{\text{и}} = 1/I$;

$u(t)$ – принимаемый групповой телеметрический радиосигнал:

$$u(t) = n(t) + s_i(t; \bar{\alpha}), \quad i = \overline{1, 2}, \quad (4)$$

где $\bar{\alpha} = \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \rangle$ – вектор информационных параметров передаваемого сигнала, подверженных флуктуациям;

2) накладываемые ограничения Δ :

– V – требования к скорости передачи информации, определяющие отсутствие возможностей использования синхровставок и синхропоследовательностей;

– g – априорные законы распределения вероятностей флуктуирующих параметров принимаемого сигнала.

Требуется формализовать математическую модель системы символьной синхронизации наземной приемно-регистрающей станции Ξ , с учетом параметров канала передачи группового телеметрического сигнала D и накладываемых ограничениях Δ .

Математическая модель системы символьной синхронизации наземной приемно-регистрающей станции телеметрической информации на основе многоканального поиско-порогового обнаружения

При вхождении в символьную синхронизацию наземной приемно-регистрающей станции на вход приемного устройства поступает сигнал следующего вида:

$$u(t) = n(t) + \varepsilon s_i(t; \varphi, \tau), \quad i = \overline{1, 2}, \quad (5)$$

где t – интервал наблюдения сигнала, $t \in (\tau, \tau_n + \tau)$;

$n(t)$ – белый гауссовский шум;

ε – случайная интенсивность принимаемого сигнала (флуктуирующая амплитуда);

φ – случайная фаза принимаемого сигнала;

τ – неизвестная временная задержка принимаемого сигнала.

Априорный закон распределения вероятностей случайной фазы принимаемого сигнала описывается следующим выражением:

$$p(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & \varphi \in (0, 2\pi) \\ 0, & \varphi \in (0, 2\pi) \end{cases} \quad (6)$$

Вследствие сложных условий передачи группового телеметрического сигнала при вибрации изделий ракетно-космической техники, вращении корпуса и разделении ступеней изделий возникают случайные временные флуктуации амплитуды сигнала. В теоретических выкладках к существующим моделям обнаружения почти всегда вводится модель рэлеевских флуктуаций, несмотря на то что известны частые и серьезные отклонения от этой модели [4]. В работе [5] подчеркивается, что, в соответствии с экспериментальными исследованиями при интервалах наблюдения не более нескольких минут, мгновенные значения сигнала в 20–40 процентах случаев распределены по закону Рэлея. В остальных случаях наблюдается обобщенный закон Рэлея.

Следовательно, в качестве априорного закона распределения вероятностей флуктуаций амплитуды сигнала при разработке модели системы символьной синхронизации следует рассматривать обобщенный закон Рэлея, описываемый следующим выражением:

$$p(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{\varepsilon}{\sigma_\varepsilon^2} e^{-\left(\frac{\varepsilon^2 + \alpha_p^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)} I_0\left(\frac{\varepsilon\alpha_p}{2\sigma_\varepsilon^2}\right), & \text{при } 0 \leq \varepsilon < \infty \\ 0, & \text{при } \varepsilon < 0 \end{cases} \quad (7)$$

где ε – коэффициент, характеризующий нормированные амплитудные флуктуации сигнала;

α_p^2 – мощность регулярной составляющей коэффициента ε ;

$2\sigma_\varepsilon^2$ – мощность флуктуационной составляющей коэффициента ε ;

I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

В целях разработки модели символьной синхронизации использован широко известный и распространенный подход, основанный на многоканальном поиско-пороговом обнаружении [6]. Для реализации данного подхода на первом этапе разработки определена функция правдоподобия принимаемого сигнала $p(u/s)$. Для вывода функции правдоподобия рассмотрен некогерентный прием сигнала с неизвестными начальной фазой и интенсивностью, который заключается в использовании квадратурного приемника.

В рассматриваемой задаче на основе разложения принимаемого радиосигнала на квадратурные составляющие выделяется низкочастотный видеосигнал, отображающий передаваемое сообщение. Квадратурные составляющие описываются следующими выражениями:

$$\begin{cases} s = s(t) \cos(\omega_0 t + \Phi(t)) \\ s = s(t) \sin(\omega_0 t + \Phi(t)) \end{cases} \quad (8)$$

где $s(t)$ и $\Phi(t)$ – законы изменения амплитудной и угловой модуляций сигнала при передаче сообщений.

Опорный сигнал s , используемый для разложения на квадратурные составляющие, можно представить в виде комплексного аналитического сигнала:

$$\dot{s} = s + js_\perp = s(t)e^{j(\omega t + \Phi(t))} \quad (9)$$

Функции правдоподобия $p(u/s)$ для сигнала со случайной интенсивностью и начальной фазой определяются в соответствии с выражением

$$p(u/s) = k_u \int_0^{2\pi} \int_0^\infty p(u/s, \varepsilon, \varphi, \tau) p(\varphi) p(\varepsilon) d\varphi d\varepsilon, \quad (10)$$

где k_u – коэффициент, отражающий гипотезу о наличии на входе приемного устройства белого гауссовского шума.

Подынтегральное выражение для формулы (10) описывается так:

$$\begin{aligned} p(u/s, \varepsilon, \varphi) &= k_u e^{-\frac{1}{N_0} \int_0^T (u(t) - s(t; \varepsilon, \varphi))^2 dt} = \\ &= k_u e^{-\frac{\varepsilon^2 E}{N_0}} e^{\frac{2}{N_0} \int_0^T (u(t)s(t; \varphi)) dt} \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с разложением принимаемого сигнала на квадратурные составляющие, интеграл, входящий в выражение (11), записывается в виде:

$$\begin{aligned} \int_0^T u(t)s(t; \varphi) &= \cos \varphi \int_0^T u(t)s(t) dt - \\ &- \sin \varphi \int_0^T u(t)s_\perp(t) dt \end{aligned} \quad (12)$$

Для дальнейшего вывода функции правдоподобия использованы следующие выражения:

$$Y = \int_0^T u(t)s(t) dt = Z \cos \psi; \quad (13)$$

$$Y_\perp = \int_0^T u(t)s_\perp(t) dt = Z \sin \psi; \quad (14)$$

$$Z = \sqrt{Y^2 + Y_\perp^2}; \quad (15)$$

$$\psi = \arctg \frac{Y_\perp}{Y}, \quad (16)$$

где Z – модульное значение корреляционного интеграла, а ψ – фаза.

Исходя из определения аналитического сигнала (9), выражение (15) можно представить в следующем эквивалентном виде:

$$Z = \left| \int_0^T u(t) \dot{s}(t) dt \right|. \quad (17)$$

С использованием данного выражения и с учетом случайной интенсивности принимаемого сигнала формула (13) преобразуется к виду:

$$\int_0^T \varepsilon u(t) s(t, \varphi) dt = \varepsilon Z \cos(\varphi + \psi). \quad (18)$$

При использовании выражений (16) и (18) формула (11) приводится к следующему виду:

$$p(u/s) = k_u \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{-\frac{\varepsilon^2 E}{N_0}} e^{\left(\frac{2\varepsilon}{N_0} (Z \cos(\varphi + \psi))\right)} p(\varphi) p(\varepsilon) d\varphi d\varepsilon. \quad (19)$$

При проведении интегрирования выражения (19) по переменной φ , с учетом априорного закона распределения вероятностей случайной фазы, получено

$$p(u/s) = k_u \int_0^\infty e^{-\left(\frac{\varepsilon^2 E}{N_0}\right)} I_0\left(\frac{2\varepsilon Z}{N_0}\right) p(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (20)$$

С учетом априорного закона распределения вероятностей флуктуаций амплитуды, описываемого обобщенным законом Рэлея, выражение (20) преобразуется:

$$\begin{aligned} p(u/s) &= \int_0^\infty e^{-\left(\frac{\varepsilon^2 E}{N_0}\right)} I_0\left(\frac{2\varepsilon Z}{N_0}\right) \frac{\varepsilon}{\sigma_\varepsilon^2} e^{-\left(\frac{\varepsilon^2 + \alpha_p^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)} I_0\left(\frac{\varepsilon \alpha_p}{2\sigma_\varepsilon}\right) d\varepsilon = \\ &= \frac{k_u}{\sigma_\varepsilon^2} \int_0^\infty \varepsilon e^{-\left(\varepsilon^2 q\right)} e^{-\left(\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)} e^{-\left(\frac{\alpha_p^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)} I_0\left(\varepsilon \frac{2Z}{N_0}\right) I_0\left(\varepsilon \frac{\alpha_p}{2\sigma_\varepsilon}\right) d\varepsilon, \end{aligned}$$

где q – отношение сигнал/шум, $q = \frac{E}{N_0}$. При выполнении преобразования получено:

$$\begin{aligned} p(u/s) &= \frac{k_u e^{-\left(\frac{\alpha_p^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}}{\sigma_\varepsilon^2} \int_0^\infty \varepsilon e^{-\left(\varepsilon^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)\right)} \rightarrow \\ &\rightarrow I_0\left(\varepsilon \frac{2Z}{N_0}\right) I_0\left(\varepsilon \frac{\alpha_p}{2\sigma_\varepsilon}\right) d\varepsilon. \quad (21) \end{aligned}$$

Внутренний интеграл выражения (21) является табличным:

$$\int_0^\infty x e^{-px^2} I_0(bx) I_0(cx) dx = \frac{1}{2p} e^{\left(\frac{b^2 + c^2}{4p}\right)} I_0\left(\frac{bc}{2p}\right). \quad (22)$$

С учетом выражения (22) выражение (21) переписывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} p(u/s) &= \frac{k_u e^{-\left(\frac{\alpha_p^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}}{2\sigma_\varepsilon^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)} e^{\left(\frac{Z^2}{N_0^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}\right)} e^{\left(\frac{\alpha_p^2}{4\sigma_\varepsilon^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}\right)} \rightarrow \\ &\rightarrow I_0\left(\frac{Z \alpha_p}{N_0 \sigma_\varepsilon^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}\right). \quad (23) \end{aligned}$$

Таким образом, выражение (23) описывает функцию правдоподобия в условиях приема группового телеметрического радиосигнала со случайной начальной фазой и амплитудой, флуктуирующей по обобщенному закону Рэлея. Данные условия наиболее полно характеризуют этап выведения изделий ракетно-космической техники при проведении их испытаний на космодромах.

На втором этапе для формализации математической модели системы символьной синхронизации определено отношение правдоподобия. При выводе отношения правдоподобия, характеризующего логику работы обнаружителя, рассматриваются две гипотезы: первая гипотеза характеризует принятие решения о приеме сигнала при условии, что на вход системы синхронизации поступало информационное сообщение $p(u/s)$, а вторая гипотеза – о приеме сигнала при условии, что на входе системы синхронизации был шум $p(u/n)$.

Отношение правдоподобия определено в соответствии со следующим выражением:

$$L = \frac{p(u/s)}{p(u/n)} = \frac{\iint p(u/s, \varepsilon, \varphi, \tau) p(\varphi) p(\varepsilon) d\varphi d\varepsilon}{p(u/n)}. \quad (24)$$

Основываясь на том, что условная плотность вероятности приема колебания $u(t)$ при условии, что сигнал отсутствует, $p(u/n)$ определяется выражением

$$p(u/n) = k_e e^{\left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T u^2(t) dt\right]} = k_u, \quad (25)$$

отношение правдоподобия при приеме сигнала с неизвестным временем задержки и флуктуирующей амплитудой оценивается формулой:

$$L = \frac{e^{-\left(\frac{\alpha_p^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}}{2\sigma_\varepsilon^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)} e^{\left(\frac{Z^2(\tau)}{N_0^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}\right)} e^{\left(\frac{\alpha_p^2}{4\sigma_\varepsilon^4 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)}\right)} \rightarrow$$

$$\rightarrow I_0 \left(\frac{Z(\tau)\alpha_p}{N_0\sigma_\varepsilon^2 \left(q + \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)} \right). \quad (26)$$

Исходя из того, что для обеспечения равенства $E = \varepsilon^2 E = \alpha_p^2 E + 2\sigma_\varepsilon^2 E$, следуют следующие равенства $\alpha_p^2 + 2\sigma_\varepsilon^2 = 1$ и $\gamma^2 + 1 = 1/2\sigma_\varepsilon^2$.

Используя широко известный параметр распределения Райса, характеризующий глубину замираний и определяемый как $\gamma^2 = \alpha_p^2 / 2\sigma_\varepsilon^2$, отношение правдоподобия переписывается в виде:

$$L = \frac{e^{-\gamma^2(\gamma^2+1)}}{(q+\gamma^2+1)} e^{\left(\frac{Z^2(\tau)}{N_0^2(q+\gamma^2+1)}\right)} e^{\left(\frac{\gamma^2(\gamma^2+1)}{(q+\gamma^2+1)}\right)} \rightarrow$$

$$\rightarrow I_0 \left(\frac{Z(\tau) \left(\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\gamma^2+1} \right)} \right) (\gamma^2+1)}{N_0(q+\gamma^2+1)} \right). \quad (27)$$

Из выражения (27) определено, что отношение правдоподобия при постоянной глубине замираний является монотонной функцией Z и поэтому может быть записано следующим выражением:

$$L = \exp\left(\frac{Z^2(\tau)}{N_0^2(q+\gamma^2+1)}\right). \quad (28)$$

В соответствии с выражением (28), логика работы поиско-порогового обнаружителя заключается в расчете отношения правдоподобия L и сравнения полученного значения с порогом L_0 .

Исходя из выражения (28), для принятия решения об обнаружении границы следования бит, на основе сравнения отношения правдоподобия с порогом, необходимо получить оценки глубины замираний принимаемого сигнала и отношения сигнал/шум в радиоканале передачи информации. Вследствие этого данное выражение целесообразно переписать в следующем виде:

$$L = \exp\left(\frac{\hat{Z}^2(\tau)}{N_0^2(\hat{q} + \hat{\gamma}^2 + 1)}\right). \quad (29)$$

Для получения оценки глубины замираний $\hat{\gamma}^2$ необходимо получить оценки мощности регулярной $\hat{\alpha}_p^2$ и флуктуационной составляющей амплитуды сигнала $2\hat{\sigma}_\varepsilon^2$, что соответствует нормированной оценке амплитуды сигнала $\hat{\alpha}_p^2 + 2\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \hat{\varepsilon}$. Оценка модуля корреляционного интеграла $\hat{Z}^2(\tau)$ позволяет, при достижении им максимального значения и превышении порога обнаружения, получить оценку времени задержки принимаемого сигнала $\hat{\tau}$, что в приложении к решаемой задаче является определением границы следования бит.

На практике, в режиме непосредственного приема информации, реализация схемы приемного устройства в соответствии с выражением (29) и получение прямыми измерениями оценки глубины замираний $\hat{\gamma}^2$, а также оценки отношения сигнал/шум в радиоканале передачи данных, \hat{q} является технически сложнореализуемым. Поэтому для получения данных оценок используются косвенные методы, основанные на статистической оценке значений модуля корреляционного интеграла, результаты применения которых учитываются при формировании порога обнаружения. Это обусловлено тем, что на значение модуля корреляционного интеграла непосредственно влияет амплитуда сигнала и шумы радиоканала:

$$\hat{Z} = \left| \int_0^T (n(t) + \hat{\varepsilon}s(t; \varphi, \tau)) \hat{s}_1(t) dt \right|. \quad (30)$$

Вследствие этого, при отношениях сигнал/шум более 10 дБ используют более простую многоканальную квазиоптимальную решающую схему, основанную на оценке модуля корреляционного интеграла в каналах с различным временем задержки принимаемого сигнала, на основе следующего выражения:

$$L = \exp\left(\frac{\hat{Z}_m^2}{N_0^2(\hat{q} + \hat{\gamma}^2 + 1)}\right) \Bigg|_{Z_{\max}} =$$

$$= \hat{Z}_m^2 \xrightarrow{\hat{Z}_m^2 > Z_0} \hat{\tau}, \quad (31)$$

где \hat{Z}_m^2 – значение модуля корреляционного интеграла в каналах обнаружителя;

Z_0 – порог обнаружения.

Реализация одного канала схемы, основанного на выражении (31), представлена на рис. 2.

Таким образом, основываясь на выражениях, описывающих отношение правдоподобия при приеме сигнала с неизвестным временем задержки, случайной начальной фазой и флуктуирующей по обобщенному закону Рэлея амплитудой, реализуется математическая модель системы символьной синхронизации и определя-

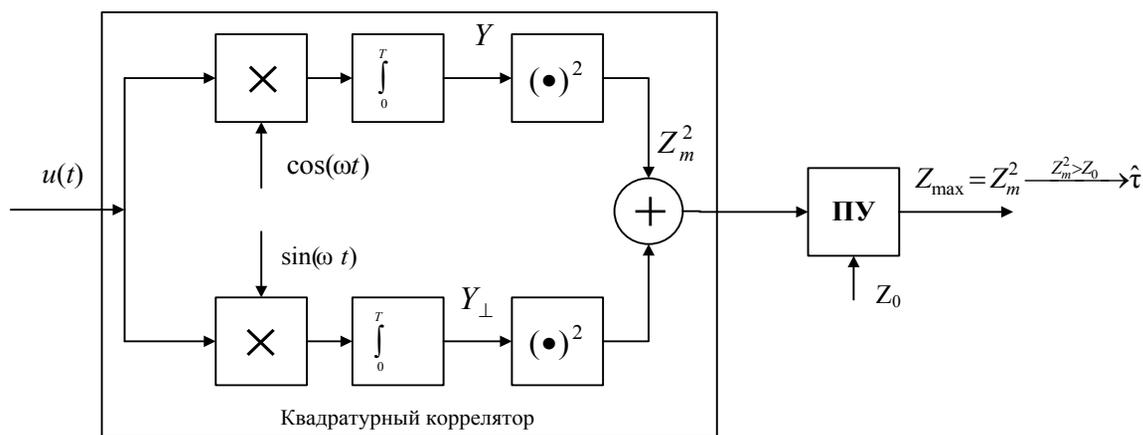


Рис. 2. Канал поиско-порогового обнаружителя границ следования бит

ется структура многоканального поиско-порогового обнаружителя границ следования бит.

Оценка адекватности математической модели системы символьной синхронизации на основе многоканального поиско-порогового обнаружения в условиях флуктуирующей амплитуды принимаемого сигнала

При синтезе устройств символьной синхронизации на основе многоканального поиско-порогового обнаружения необходим выбор критерия качества работы данного устройства. Поскольку теория статистических решений охватывает всё многообразие статистических критериев, целесообразно при решении задач синтеза устройств символьной синхронизации на основе многоканального поиско-порогового обнаружения воспользоваться результатами этой теории.

С учетом решения задачи обнаружения именно на этапе вхождения в символьную синхронизацию при обнаружении границ следования бит, целесообразно использовать критерий Неймана – Пирсона, который гарантирует, что вероятность ошибки типа «ложная тревога» не превысит заранее выбранной величины, а вероятность ошибки «пропуск сигнала» будет минимальной. Критерий Неймана – Пирсона не требует знания априорных вероятностей присутствия и отсутствия сигнала, а также функции потерь.

При использовании критерия Неймана – Пирсона для обнаружения границ следования бит возможны два типа ошибок. Первый тип ошибок заключается в том, что принимается решение об обнаружении границ следования бит, в то время как в принимаемом сигнале их нет, что может быть обусловлено либо отсутствием

сигнала на входе, либо следованием бит одинакового значения. Данный тип ошибок приводит к вхождению в ложную синхронизацию и численно определяется вероятностью ложного обнаружения F . Вероятность ложного обнаружения является условной вероятностью превышения модульного значения комплексного корреляционного интеграла порогового значения при условии отсутствия границы следования бит и определяется выражением [9]:

$$F = p\left(\frac{Z_{\max} > Z_0}{\text{нет границы}}\right) = e^{-\frac{Z_0^2}{2\sigma_{\text{ш}}^2}} = e^{-\left(\frac{Z^2}{2}\right)}, \quad (32)$$

где $\sigma_{\text{ш}}^2$ – дисперсия огибающей на выходе квадратурного детектора при воздействии шума со спектральной плотностью N_0 ;

$$Z - \text{порог обнаружения, } Z = \frac{Z_0}{\sigma_{\text{ш}}}.$$

Второй тип ошибок заключается в том, что решение об обнаружении границы следования бит не принимается, в то время как в принимаемом сигнале присутствует переход между битами. Данный тип ошибок называется пропуском сигнала. Вероятность пропуска сигнала является условной вероятностью непревышения модульного значения комплексного корреляционного интеграла порогового значения при условии наличия границы следования бит и определяется выражением [7]:

$$\beta = p\left(\frac{Z_{\max} < Z_0}{\text{есть граница}}\right). \quad (33)$$

Вероятность пропуска границы следования бит составляет полную группу событий с вероятностью правильного обнаружения границы D . При воздействии на вход системы символьной синхронизации смеси принимаемого сигнала с флуктуирующей амплитудой, с условием фик-

сирования её значения и фазой, а также гауссовских шумов вероятность правильного обнаружения определяется, как [10–11]:

$$D(\varepsilon) = \int_{Z_0}^{\infty} p\left(\frac{Z}{\varepsilon}\right) dZ = \int_{Z_0}^{\infty} \frac{Z}{\sigma_{\text{ш}}^2} e^{-\left(\frac{Z^2 + \varepsilon^2 E_r^2}{\sigma_{\text{ш}}^2}\right)} I_0\left(\frac{\varepsilon EZ}{\sigma_{\text{ш}}^2}\right) dZ, \quad (34)$$

где $p\left(\frac{Z}{\varepsilon}\right)$ – плотность вероятности огибающей сигнала при $\varepsilon = \text{const}$, описываемой обобщенным распределением Рэля;

E – энергия принимаемого сигнала без замираний.

Полная вероятность правильного обнаружения определяется путем усреднения выражения (34) по всем значениям ε :

$$D = \int_0^{\infty} D(\varepsilon) p(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{Z_0}^{\infty} \frac{Z}{\sigma_{\text{ш}}^2 \sigma_{\varepsilon}^2} e^{-\left(\frac{Z^2}{\sigma_{\text{ш}}^2} + \frac{\alpha_p^2}{2\sigma_{\varepsilon}^2}\right)} \rightarrow \int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\left(\frac{E^2}{\sigma_{\text{ш}}^2} + \frac{1}{2\sigma_{\varepsilon}^2}\right)} I_0\left(\frac{\varepsilon EZ}{\sigma_{\text{ш}}^2}\right) I_0\left(\frac{\varepsilon \alpha_p^2}{\sigma_{\varepsilon}^2}\right) d\varepsilon dZ. \quad (35)$$

С учетом (22) выражение (35) для вероятности правильного обнаружения сигналов с флуктуирующей по обобщенному закону Рэля амплитудой запишется в более компактной форме [12]:

$$D = Q(q, h), \quad (36)$$

$$\text{где } q = \frac{E_p}{\sigma^2} = \left(\frac{2\alpha_p^2 E}{2\sigma_{\varepsilon}^2 E + N_0}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\alpha_p (2E/N_0)^{\frac{1}{2}}}{(1 + 2\sigma_{\varepsilon}^2 E/N_0)^{\frac{1}{2}}}; \quad (37)$$

$$h = \frac{Z}{\sigma^2} = \left(\frac{2Z_0^2/E}{2\sigma_{\varepsilon}^2 E + N_0}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{Z}{(1 + 2\sigma_{\varepsilon}^2 E/N_0)^{\frac{1}{2}}}; \quad (38)$$

Q – функция Маркума.

Выражение (36) при приеме телеметрического радиосигнала с флуктуирующей амплитудой целесообразно записать через параметр обобщенного распределения Рэля, который характеризует глубину замираний амплитуды принимаемого сигнала. Опираясь на то, что $\alpha_p^2 + 2\sigma_{\varepsilon}^2 = 1$ и $\gamma^2 + 1 = \frac{1}{2\sigma_{\varepsilon}^2}$, аргументы функции Маркума в выражении (36) записываются в следующем виде [12]:

$$q = \left(\frac{2E}{N_0} \cdot \frac{\gamma^2}{1 + \gamma^2 + (E_r/N_0)}\right)^{\frac{1}{2}}; \quad (39)$$

$$h = \left(2 \ln\left(\frac{1}{F}\right) \cdot \frac{1 + \gamma^2}{1 + \gamma^2 + (E/N_0)}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (40)$$

На рис. 3 и 4 представлены результаты оценки вероятности правильного обнаружения от

отношения сигнал/шум при различной глубине замираний и вероятности ложного обнаружения с учетом рассмотрения одного канала обнаружителя для разработанной модели системы символьной синхронизации.

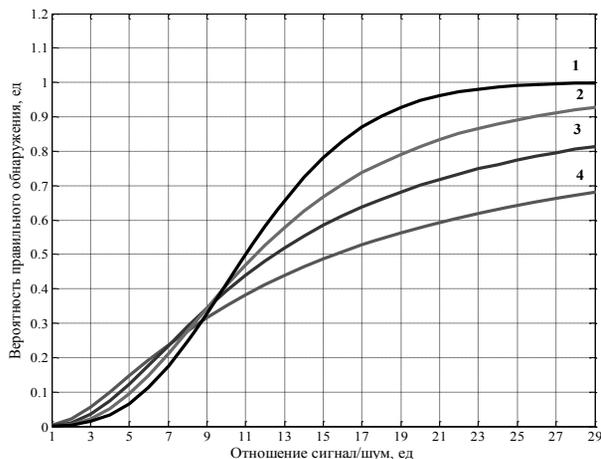


Рис. 3. Характеристики обнаружения при $F = 10^{-4}$ 1) $\gamma = \infty$; 2) $\gamma = 10$; 3) $\gamma = 3$; 4) $\gamma = 0$

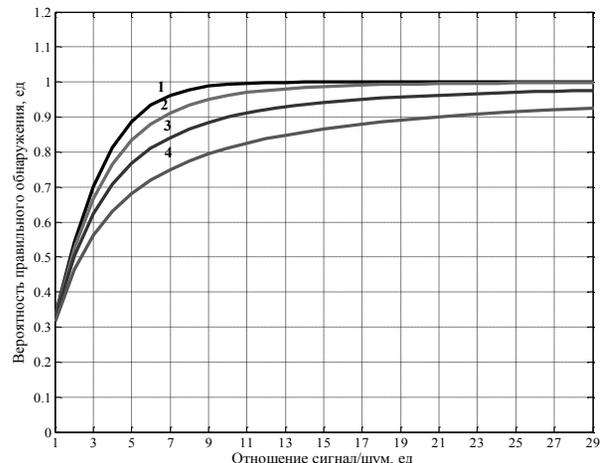


Рис. 4. Характеристики обнаружения при $F = 10^{-1}$ 1) $\gamma = \infty$; 2) $\gamma = 10$; 3) $\gamma = 3$; 4) $\gamma = 0$

Достоверность полученных результатов, а вместе с тем и адекватность разработанной математической модели системы символьной синхронизации на основе многоканального поископорогового обнаружения в условиях флуктуаций амплитуды принимаемого сигнала по обобщенному закону Рэля, подтверждается тем, что в случае отсутствия флуктуаций ($2\sigma_{\varepsilon}^2 = 0$) данные результаты совпадают с вероятностью правильного обнаружения для случая некогерентного обнаружения со случайной начальной фазой, а в случае флуктуаций амплитуды по закону Рэля

($\alpha_p^2 = 0$) полученные результаты совпадают с вероятностью правильного обнаружения для случая некогерентного обнаружения со случайной начальной фазой и рэлеевским распределением амплитуды.

Заключение

Таким образом, в статье представлена математическая модель системы символьной синхронизации наземной приемно-регистрирующей станции телеметрической информации, функционирующей в условиях случайной начальной фазы и флуктуирующей по обобщенному закону Рэлея амплитуды принимаемого сигнала. Разработанная модель построена на основе широко известных в статистической теории связи подходов, основанных на многоканальном поископороговом обнаружении. Адекватность разработанной модели подтверждена на основе оценки характеристик обнаружения системы символьной синхронизации, результаты которой в частных случаях отсутствия флуктуаций и при флуктуациях амплитуды по закону Рэлея совпадают с теоретическими результатами и результатами других авторов, занимавшихся исследованиями в данной предметной области. Разработанная модель символьной синхронизации может быть применена при создании перспективных наземных приемно-регистрирующих станций телеметрической информации.

Литература

1. Бянкин А.А., Дуников А.С., Лоскутов А.И. Современное состояние и проблемы развития информационно-телеметрических средств / А.А. Бянкин, А.С. Дуников, А.И. Лоскутов, // Сборник трудов Всероссийской научно-практической конференции «Современные проблемы создания и эксплуатации вооружения, военной и специальной техники». – СПб. : ВКА им. А.Ф. Можайского, 2012. – Т. 1. – С. 221–223.
2. Бянкин А.А., Дуников А.С., Лоскутов А.И. Актуальность исследования методов по повышению помехоустойчивости работы систем синхронизации радиотелеметрических средств / А.А. Бянкин, А.С. Дуников, А.И. Лоскутов, А.С. // Сборник трудов научно-практической кон-

ференции РНТОРЭС им. А.С. Попова. – СПб. : ЛЭТИ, 2013. – С. 110–111.

3. Мороз В.И., Ромашенко Е.К., Потюпкин А.Ю. Решение задач математической обработки результатов телеизмерений / В.И. Мороз, Е.К. Ромашенко, А.Ю. Потюпкин. – М. : МО РФ, 2001. – 163 с.

4. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов приема при флуктуационных помехах / Л.С. Гуткин. – М. : Государственное энергетическое издательство, 1961. – 488 с.

5. Власов И.Б. Глобальные навигационные спутниковые системы / И.Б. Власов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 182 с.

6. Левин Б.Р. Статистическая теория связи и её практические приложения / Б.Р. Левин. – М. : Связь, 1979. – 263 с.

7. Долгов В.И. Основы статистической теории приема дискретных сигналов / В.И. Долгов. – Харьков, 1989. – 448 с.

8. Прудников А.П., Бычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды / А.П. Прудников, Ю.А. Бычков, О.И. Маричев. – М. : Наука, 1981. – 800 с.

9. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М. : Советское радио, 1966. – 678 с.

10. Коростелев А.А., Ключев Н.Ф., Мельник Ю.А. Теоретические основы радиолокации / А.А. Коростелев, Н.Ф. Ключев, Ю.А. Мельник и др.; под ред. В.Е. Дулевича. – М. : Советское радио, 1978. – 608 с.

11. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. / Г. Ван Трис. – М. : Советское радио, 1972. – Т. 1– 744 с.

12. Ширман Я.Д. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория. – Изд. 2-е, перераб. и доп. / под ред. Я.Д. Ширмана. – М. : Радиотехника, 2007. – 512 с.

13. Новиков А.Н., Нечай А.А., Малахов А.В. Математическая модель обоснования вариантов реконфигурации распределенной автоматизированной контрольно-измерительной системы / А.Н. Новиков, А.А. Нечай, А.В. Малахов // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2016. – Выпуски 1–2. – С. 56–59.