

А.Н. Шульгин, И.Н. Кошель, Д.А. Кочуров

---

## СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКОЙ В МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ

---

**Аннотация.** Рассмотрена модель энергоэффективного управления вычислительной нагрузкой в многопроцессорных системах, учитывающая стохастический характер вычислительных процессов. В качестве основного инструментария определения параметров энергосберегающих состояний предложен метод моментов и аппроксимация к закону распределения Вейбулла. Представлена общая концепция и структура предложенной модели.

**Ключевые слова:** многопроцессорная система, стохастический вычислительный процесс, энергоэффективность.

A.N. Shulgin, I.N. Koshel, D.A. Kochurov

---

## STOCHASTIC MODEL OF ENERGY-EFFICIENT COMPUTING LOAD MANAGEMENT IN MULTIPROCESSOR SYSTEMS

---

**Abstract.** The article considers a model of energy-efficient management of computing load in multiprocessor systems, taking into account the stochastic nature of computing processes. As the main tool for determining the parameters of energy-saving states, the moment method and approximation to the Weibull distribution law are proposed. The general concept and structure of the proposed model are presented.

**Keywords:** multiprocessor system, stochastic computing process, energy efficiency.

### *Введение*

Одним из путей решения задачи снижения энергоемкости функционирования многопроцессорных вычислительных систем (далее – МПВС) является управление вычислительной нагрузкой на каждом процессоре [1]. В основе такого управления лежит принцип использования энергосберегающих состояний на время отсутствия вычислительных задач и связанных с этим вынужденных простоев [2; 3]. При этом традиционно рассматривается детерминированная модель вычислений, предполагающая строгое соответствие организации обработки информации с заранее известными моментами завершения каждой задачи плану вычислительного процесса.

Однако наличие вероятности локальных прерываний задачами более высокого приоритета приводит к увеличению количества вынужденных простоев процессоров и неопределенности времени завершения каждой задачи. Если учесть этот фактор при организации управления вычислениями в МПВС, то можно получить дополнительный энергосберегающий эффект.

*Решение задачи энергоэффективного управления стохастическими  
вычислительными процессами*

Особенностью стохастического вычислительного процесса является отсутствие априорно известных моментов времени начала и завершения выполнения заданий. В данном случае известен лишь порядок следования заданий на каждом процессоре (ядре). В свя-

**Шульгин Альберт Николаевич**

кандидат технических наук, преподаватель кафедры информационно-вычислительных систем и сетей, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург. Сфера научных интересов: информационные технологии, повышение эффективности высокопроизводительных вычислительных систем, высокопроизводительные вычислительные системы. Автор более 30 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: vka@mil.ru

**Кошель Игорь Николаевич**

кандидат технических наук, начальник факультета, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург. Сфера научных интересов: информационные технологии, повышение эффективности высокопроизводительных вычислительных систем, высокопроизводительные вычислительные системы. Автор более 20 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: vka@mil.ru

**Кочуров Денис Анатольевич**

начальник курса, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург. Сфера научных интересов: информационные технологии, повышение эффективности высокопроизводительных вычислительных систем, высокопроизводительные вычислительные системы.

Электронный адрес: vka@mil.ru

зи с этим при возникновении события, связанного с завершением какой-либо вычислительной задачи, встает необходимость анализа готовности очередного задания к выполнению [2; 3]. Это значит, что при связности графа параллельного алгоритма, то есть при наличии связей предшествования и последования между выполняемыми заданиями при распределенных вычислениях в МПВС [4], решение задачи энергосбережения сводится к использованию вероятностных методов расчета:

- моментов времени завершения выполнения заданий  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ , являющихся непосредственными предшественниками для очередного задания  $Z_{n+1}$ ;
- момента времени  $\hat{t}_i$  начала выполнения очередного задания  $Z_{n+1}$ ;
- параметров состояний пониженного энергопотребления процессоров (ядер) (С-состояний) в периодах простоев различной длительности и моментах времени начала их перехода в активный режим.

На Рисунке 1 показана временная диаграмма фрагмента выполнения  $n$  вычислительных задач на  $m$  процессорах при наличии случайного прерывания одной из задач.

Так как моменты времени завершения выполнения задач-предшественников рассматриваются как случайные величины  $\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_n$  и заранее точно определены быть не могут, в качестве входных временных параметров взяты числовые характеристики этих величин, представленные их начальными моментами  $\alpha_1(\hat{t}), \alpha_2(\hat{t}) \dots \alpha_q(\hat{t})$ . При этом определяющим для дальнейших вычислений момента времени начала выполнения очередного задания является наиболее поздний момент завершения заданий-предшественников  $\hat{t}_{\max}$ .

Стохастическая модель энергоэффективного управления вычислительной нагрузкой...

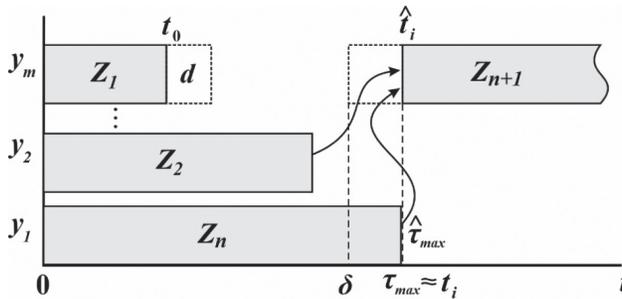


Рисунок 1. Временная диаграмма стохастического вычислительного процесса в МПВС

Источник: [2].

Таким образом, исходными данными для решения задачи энергоэффективного управления стохастическими вычислительными процессами в МПВС являются:

- план (расписание) вычислительного процесса, определяющий последовательность выполнения заданий на каждом вычислительном модуле вычислительной системы, представляемую в МПВС в форме матрицы смежности заданий  $\|H\|_{N,M}$ ;
- модель однородной вычислительной системы  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  – множество процессоров, входящих в вычислительную систему заданной архитектуры. Каждый  $y_i$  характеризуется множеством энергосберегающих состояний  $C_{(g)} = \{C_1, C_2, \dots, C_g\}$ ;
- время  $d$ , затрачиваемое на решение задачи перевода в энергосберегающее состояние;
- начальные моменты  $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2 \dots \hat{\tau}_n$  распределения времени  $\tau$  окончания выполнения заданий:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \{\alpha_1(\hat{\tau}_1), \alpha_1(\hat{\tau}_2) \dots \alpha_1(\hat{\tau}_n)\} \\ \alpha_2 &= \{\alpha_2(\hat{\tau}_1), \alpha_2(\hat{\tau}_2) \dots \alpha_2(\hat{\tau}_n)\} \\ &\vdots \\ \alpha_q &= \{\alpha_q(\hat{\tau}_1), \alpha_q(\hat{\tau}_2) \dots \alpha_q(\hat{\tau}_n)\}, \end{aligned}$$

где  $q = 1, 2, \dots$

В результате решения поставленной задачи должно быть определено следующее:

- энергосберегающее состояние  $C$  каждого процессора из заданного множества, обеспечивающее минимальное энергопотребление при его вынужденном простое;
- момент времени  $\delta$  начала перевода процессора в активное состояние при завершении выполнения очередного задания-предшественника.

В основе концептуального подхода к решению задачи энергоэффективного управления стохастическими вычислительными процессами в МПВС лежит расчет параметров функции распределения времени завершения задач и использование метода моментов для определения времени начала очередной вычислительной задачи. Рассмотрим этот аспект более подробно.

Через начальные моменты времени завершения задач-предшественников  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  рассчитываются параметры функции распределения  $F_j(t)$  времени завершения каждой такой задачи. Для этого использована аппроксимация неизвестного закона распределения

случайной величины  $\hat{t}_j$  по заданным начальным моментам  $\alpha_q(\hat{t}_j)$  ее распределения к закону распределения Вейбулла – Гнеденко (Вейбулла):

$$F_j(t) = 1 - e^{-(t/\lambda)^k}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  и  $k$  – параметры распределения [5].

Задача аппроксимации в данном случае сводится к определению значений параметров  $\lambda$  и  $k$ . Решить эту задачу можно, применив подход, представленный в [5].

Используя полученные значения, можно определить параметры распределения максимума времени выполнения нескольких заданий, а через них – функцию распределения  $F_{\max}(t)$  времени  $\hat{t}_{\max}$ . Так как  $\hat{t}_{\max}$  является максимальным временем завершения выполнения всех задач-предшественников, то можно считать, что этот момент времени совпадает с моментом времени  $\hat{t}_i$  – началом выполнения очередного задания. Следовательно, функция распределения  $F_{\max}(t)$  является также функцией распределения и времени  $\hat{t}_i$ .

Далее можно определить значение  $t_i$ . Следует заметить, что значение момента времени  $t_i$  начала выполнения очередного задания совпадает со случайной величиной  $\hat{t}_{\max}$  – максимальным временем завершения задач-предшественников. Так как моменты времени  $\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_N$  являются случайными величинами и характеризуются соответствующими функциями распределения, то можно найти параметры распределения случайной величины  $t_i$ :

$$\hat{t}_i = \max\{\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_N\}. \quad (2)$$

Если известны функции  $F_j(t)$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) распределения времени выполнения каждого  $j$ -го задания, а через  $F_{\max}(t)$  обозначена функция распределения случайной величины  $t_i$  (1), то тогда справедливо

$$F_{\max}(t) = \prod_{j=1}^N F_j(t). \quad (3)$$

Начальные моменты  $\alpha_q(\hat{t})$  этого распределения можно найти из соотношения

$$\alpha_q(t) = \int_0^{\infty} t^q \partial F_{\max}(t) \partial t = \int_0^{\infty} t^q \left( \prod_{j=1}^N F_j(t) \right)' \partial t = \sum_{j=1}^N \int_0^{\infty} t^q f_j(t) \prod_{i=1}^N F_i(t) \partial t, \quad (4)$$

где  $f_j(t) = \frac{\partial F_j(t)}{\partial t}$  – плотность распределения вероятностей случайной величины  $\hat{t}_j$ .

Для нахождения оценки  $\hat{t}_{\max}$  времени выполнения параллельных процессов необходима аппроксимация каждого неизвестного закона распределения случайной величины  $\hat{t}_j$ , заданного начальными моментами  $\alpha_q(\hat{t}_j)$ , к некоторому теоретическому закону  $F_j(t)$ . В качестве  $F_j(t)$  целесообразно выбирать такой закон распределения, который определен на положительной полуоси ( $t > 0$ ), аналитически дифференцируется и интегрируется и имеет вид, близкий к реальному распределению  $\hat{t}_j$ .

На основе расчетов времени выполнения параллельных заданий и момента начала выполнения каждого очередного задания можно определить параметры перевода процессоров в одно из энергосберегающих состояний.

Стохастическая модель энергоэффективного управления вычислительной нагрузкой...

В общем случае стохастическая модель энергоэффективного управления вычислительной нагрузкой в МПВС представляет собой взаимодействие алгоритмов.

1. На первом этапе выполняется алгоритм определения параметров распределения законов распределения  $F_j(t), j = 1, \dots, N$ , времени  $\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_N$  завершения выполнения каждого задания, являющегося предшественником очередного задания, по начальным моментам  $\alpha_q(\hat{t}_j)$ . Расчет параметров реализован с использованием метода моментов [5; 6].

2. На втором этапе при использовании результатов аппроксимации  $F_1(t), \dots, F_N(t)$  к некоторому теоретическому закону распределения выполняется алгоритм определения параметров распределения  $F_{max}(t)$  (3) максимума времени выполнения нескольких заданий-предшественников очередного задания. Аппроксимация  $F_{max}(t)$  основана на использовании метода квантилей порядка 0,24 и 0,93 [5].

3. На завершающем этапе реализуется алгоритм определения момента времени  $t_i$  начала выполнения очередного задания и проверки условия целесообразности перевода процессора в энергосберегающее состояние в период простоя. Момент времени  $t_i$  определяется как  $t_i = F_{max}^{-1}(\rho)$ , где  $\rho$  – вероятность того, что время начала выполнения очередного задания не превысит  $t_i$ . Проверка условия целесообразности перевода процессора в одно из  $C$ -состояний основана на сопоставлении времени простоя и длительности переходных процессов между активным режимом и  $C$ -состояниями. При положительном решении по критерию минимальности потребляемой мощности определяется оптимальное энергосберегающее  $C^*$ -состояние, а также время  $\delta$  начала перевода процессора в активный режим работы ( $C_0$ -состояние).

Общее содержание описанной модели представлено на Рисунке 2.

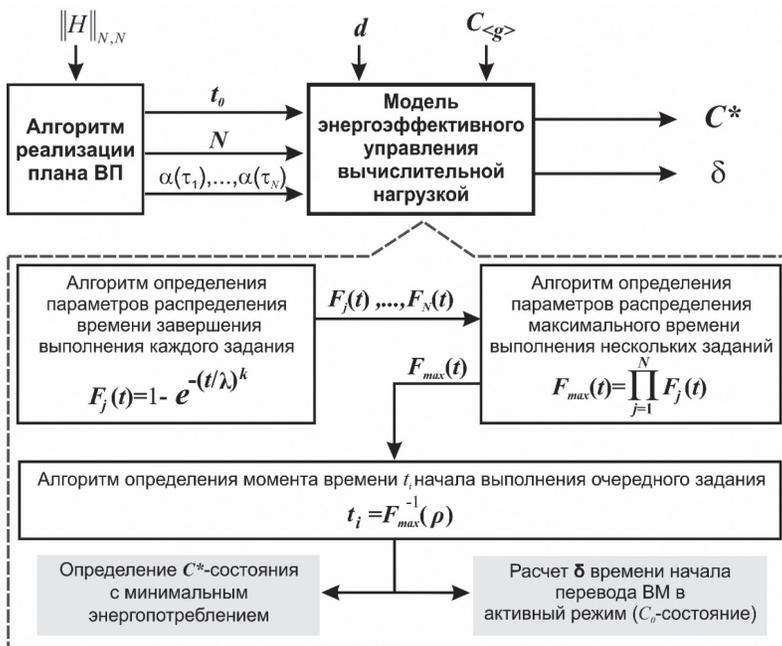


Рисунок 2. Стохастическая модель энергоэффективного управления вычислениями в многопроцессорных системах

Источник: составлено авторами.

Следует заметить, что энергоэффективность МПВС в данном случае зависит:

- от длительности пребывания каждого процессора в состоянии простоя;
- электрической мощности, потребляемой процессором за период вынужденного простоя в процессе вычислений;
- количества простоев, которое, в свою очередь, зависит от степени связности задач в составе выполняемого алгоритма.

#### *Заключение*

Проведенные исследования показали следующее.

1. Данная модель позволяет снизить энергоемкость параллельных вычислений за счет использования энергосберегающих состояний процессоров в периоды их вынужденных простоев различной длительности. В отличие от метода, изложенного в [1], модель учитывает стохастический характер вычислительных процессов в МПВС.

2. Предлагаемая модель реализует подход к вычислению времени параллельного решения независимых заданий на основе метода моментов и аппроксимации к закону распределения Вейбулла, имеющий относительно невысокую трудоемкость и в то же время точность, достаточную для решения ряда прикладных задач, в том числе задачи оценивания энергоемкости функционирования МПВС.

3. Алгоритмы, составляющие рассмотренную модель, позволяют оперативно определять значения основных временных параметров энергосберегающих состояний и поэтому могут использоваться как при централизованном, так и при децентрализованном управлении вычислительной нагрузкой в МПВС.

#### *Литература*

1. Корнеев В.А. Будущее высокопроизводительных вычислительных систем // Открытые системы. СУБД. 2003. № 5. С. 6–10.
2. Шульгин А.Н., Басыров А.Г., Малинка А.В. Методика энергосбережения в мобильных параллельных вычислительных системах // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2012. Т. 126. № 1. С. 43–46. EDN NKGTYN.
3. Шульгин А.Н., Шушаков А.О. Исследование влияния методов управления вычислительной нагрузкой мобильных многопроцессорных вычислительных комплексов на их автономность // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2019. Вып. 668. С. 64–70. EDN XQNKKW.
4. Кустов В.Н. Основы теории ограниченного структурного параллелизма. СПб. : Министерство обороны РФ, 1992. 246 с.
5. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. СПб. : Наука, 2001. 294 с. ISBN 5-02-024919-X.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : Учеб. пособие для студентов вузов. М. : Высшая школа, 2003. 478 с. ISBN 5-06-004214-6.

#### *References*

1. Korneev V.A. (2003) The future of high-performance computing systems. *Open systems. DBMS*. No. 5. Pp. 6–10. (In Russian).
2. Shulgin A.N., Basyrov A.G., Malinka A.V. (2012) Methods of energy saving in mobile parallel computing systems. *Electromechanical matters. VNIEM studies*. Vol. 126. No. 1. Pp. 43–46. (In Russian).

3. Shulgin A.N., Shushakov A.O. (2019) Investigation of the influence of methods of managing the computational load of mobile multiprocessor computing complexes on their autonomy. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*. No. 668. Pp. 64–70. (In Russian).
4. Kustov V.N. (1992) *Osnovy teorii ogranichennogo strukturnogo parallelizma* [Fundamentals of the theory of bounded structural parallelism]. St. Petersburg : Ministry of Defense of the Russian Federation Publ. 246 p. (In Russian).
5. Vadzinsky R.N. (2001) *Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam* [Handbook of probability distributions]. St. Petersburg : Nauka Publ. 158 p. ISBN 5-02-024919-X. (In Russian).
6. Gmurman V.E. (2003) *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics] : Training manual for university students. Moscow : Vysshaya shkola Publ. 478 p. (In Russian).