

УДК 519.81

И.С. Клименко¹
М.А. Плуталов²
Г.А. Чеботарев³

I.S. Klimenko
M.A. Plutalov
G.A. Chebotarev

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНИВАНИИ ОПТИМИЗМА КРИТЕРИЕВ ВЫБОРА СТРАТЕГИЙ В «ИГРЕ С ПРИРОДОЙ»

TO THE EVALUATION OF OPTIMISM CRITERIONS FOR SELECTION OF STRATEGIES IN THE “GAME WITH NATURE”

Проведено исследование причин совпадения результатов выбора стратегий на основе применения различных классических критериев. На большой выборке матриц полезности выявлены аномалии зависимости коэффициентов взаимной корреляции пар критериев от выбора степени оптимизма. Выдвинута и подтверждена гипотеза, объясняющая причину таких аномалий.

Ключевые слова: стратегия, решение, критерии, альтернатива, матрица, корреляция, оптимизм.

The research of coincidence results of strategies selection on the base of various classical criterions is used. On the big extract of utility matrix, the anomaly of cross-correlations coefficients dependence from optimism degree choice is detected. A hypothesis, which explains a cause of such anomaly is proposed and confirmed.

Keywords: strategy, solution, criteria, alternative, matrix, optimism.

Введение

В работе [1] нами был проведен сравнительный анализ основных критериев выбора стратегий в условиях статистической неопределенности. Коэффициенты взаимной корреляции пар критериев были получены в результате обобщения результатов анализа 50 матриц псевдослучайных чисел, распределенных по нормальному закону с размерностью 6×6 (6 состояний обстановки и 6 альтернативных решений).

В результате ранжирования по степени опти-

¹ Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем в экономике и управлении НОУ ВПО «Российский новый университет».

² Аспирант НОУ ВПО «Российский новый университет».

³ Аспирант НОУ ВПО «Российский новый университет».

мизма критериев Вальда, Сэвиджа, Лапласа, максимакса и Гурвица [2–7] при дискретных значениях коэффициента оптимизма последнего было установлено отношение нестрогого порядка между указанными критериями, в соответствии с которым может быть построена неоднородная порядковая шкала для априорного выбора ЛПР степени оптимизма стратегии.

При этом было установлено, что для принятых условий критерий Сэвиджа (сформированный на матрице риска) отражает существенно больший оптимизм потенциального ЛПР, чем критерий Вальда. Также было показано, что критерий Лапласа в большей степени, чем остальные, тяготеет по степени своего оптимизма к критерию максимакса. Существенный результат [1] состоит в том, что критерий Гурвица проявляет малую чувствительность к вариациям

своего коэффициента оптимизма, ограничивая в большинстве случаев выбор решений двумя крайними альтернативами.

Тем не менее, критерий Гурвица позволяет ввести интервальную шкалу оптимизма. Представляется целесообразным «привязать» все рассматриваемые критерии к шкале оптимизма критерия Гурвица, построив зависимость степени взаимной (парной) корреляции каждого из них с критерием Гурвица.

С целью получения точных результатов была разработана программа, позволившая автоматически вычислять коэффициенты взаимной корреляции пар критериев по совпадению результатов выбора решений для выборки из 10 000 таких матриц.

1. Анализ результатов, полученных на большой выборке

В ходе выполнения программы для каждой матрицы фиксировалось относительное число совпадений результатов выбора решений по исследуемому критерию и по критерию Гурвица для каждого значения коэффициента оптимизма последнего (диапазон [0; 1] с шагом 0,1). Тем самым устанавливались значения коэффициентов парной корреляции каждого критерия с критерием Гурвица λ_{nH} . Далее строились графики зависимости значений этих коэффициентов (λ_{VH} , λ_{SH} , λ_{LH} и λ_{MH}) от значений коэффициента оптимизма α .

На рис. 1 и 2 приведены совмещенные графики для близких по степени оптимизма пар критериев.

Из анализа рис. 1 следует, что при значениях α в интервале [0; 0,5] коэффициент взаимной корреляции λ_{SH} изменяется весьма незначительно (в пределах 5%). Напротив, при значениях α в интервале [0,5; 1] ход графика приобретает

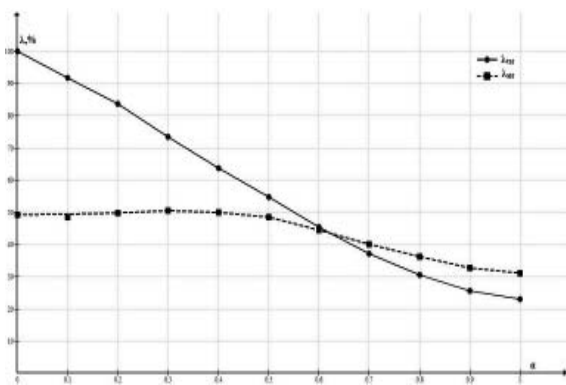


Рис. 1. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{VH} и λ_{SH} от коэффициента оптимизма α

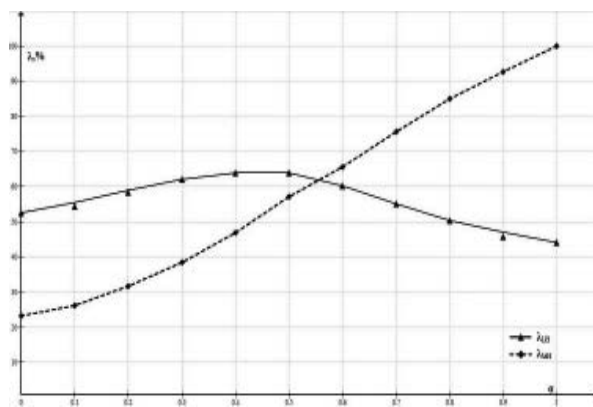


Рис. 2. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{LH} и λ_{MH} от коэффициента оптимизма α

направление, характерное для зависимости λ_{VH} от α . При $\alpha = 0,6$ графики пересекаются, и далее кривая λ_{SH} качественно сопровождает график λ_{VH} .

Здесь следует обратить внимание на следующий факт: можно было ожидать, что, согласно теоретической интерпретации семантики критерия Вальда (как предельно осторожного критерия), график зависимости λ_{VH} от α при $\alpha = 1$ должен достичь оси абсцисс. Однако этого не происходит: при $\alpha = 0,7$ график уходит выше ожидаемого направления, и при $\alpha = 1$ получаем $\lambda_{VH} \approx 0,2$.

Из анализа рис. 2 следует, что график зависимости λ_{LH} от α при малых значениях коэффициента оптимизма (в интервале [0; 0,5]) качественно следует за ходом зависимости λ_{MH} от α , но, начиная с $\alpha = 0,6$, графики расходятся, и значение коэффициента λ_{MH} устремляется к своему теоретическому значению, равному единице. Однако и здесь мы сталкиваемся с отклонением хода зависимости $\lambda_{MH}(\alpha)$ от теоретического значения, равному нулю при $\alpha = 0$.

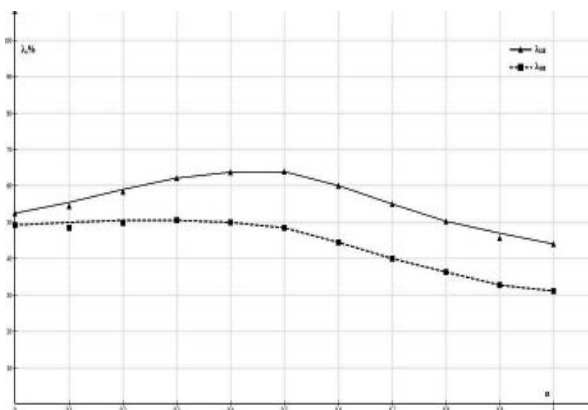


Рис. 3. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции критериев λ_{LH} и λ_{SH} от коэффициента оптимизма α

Что же касается графика $\lambda_{LH}(\alpha)$, то по своему характеру он оказывается весьма близким к аналогичному графику для $\lambda_{SH}(\alpha)$, что свидетельствует о значительной степени эквивалентности критериев Сэвиджа и Лапласа, притом что степень их парной корреляции с критерием Гурвица достаточно слабо зависит от значения оптимизма последнего (см. рис. 3).

Таким образом, можно сделать вывод о том, что критерий Лапласа, хотя и более оптимистичен, чем критерий Сэвиджа, все же не может быть отнесен к критериям с высокой степенью оптимизма, а характерным для него является относительно небольшой перепад значений λ_{LH} во всем диапазоне α .

2. Анализ причин отклонения статистических зависимостей от характера, предсказываемого теорией

Очевидно, что выяснение причин аномального с точки зрения теории хода графиков для критериев Вальда и максимакса следует проводить на основе анализа структуры конкретных матриц. Основная гипотеза, направленная на объяснение этого феномена, была сгенерирована, исходя из обнаруженного в нашей работе [1] явления полного совпадения результатов выбора решения по всем критериям, наблюдаемого примерно для 10% матриц.

Прежде всего необходимо было убедиться в том, что особенности хода графиков, выявленные для большой выборки матриц, проявляются и на ограниченной выборке из 50 матриц. При этом появляется возможность проанализировать каждую из матриц с целью выявления причин наблюдаемого феномена.

С этой целью на 50 матрицах были рассчитаны вручную коэффициенты парной корреляции

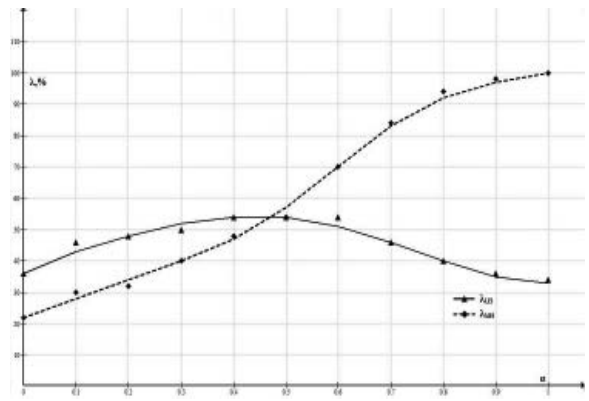


Рис. 5. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{LH} и λ_{MH} от коэффициента оптимизма α (ограниченная выборка из 50 матриц)

λ_{VH} , λ_{SH} , λ_{LH} и λ_{MH} и построены зависимости, аналогичные приведенным на рис. 1 и 2.

На рис. 4 и 5 приведены совмещенные графики для близких по оптимизму пар критериев, полученные на этой выборке.

Нетрудно убедиться, что обсуждаемые закономерности и в этом случае проявляются в полной мере. Подчеркнем, что уклонение графиков, построенных для λ_{VH} и λ_{MH} от оси абсцисс, и здесь носит очевидный характер. Из сравнения следует также, что графики λ_{SH} и λ_{LH} качественно близки (см. рис. 6), хотя, в отличие от рис. 3, в случае ограниченной выборки имеет место пересечение графиков.

Необходимо отметить, что качественный характер закономерностей для большой (10 000 матриц) и ограниченной (50 матриц) выборки в значительной степени совпадает. Следовательно, можно считать случайную выборку из 50 матриц репрезентативной, по крайней мере, для получения оперативных оценок.

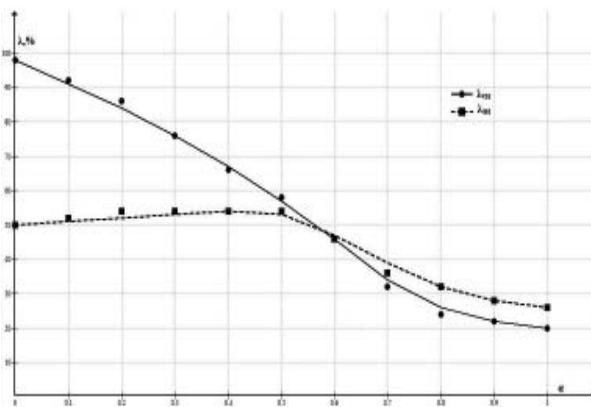


Рис. 4. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{VH} и λ_{SH} от коэффициента оптимизма α (ограниченная выборка из 50 матриц)

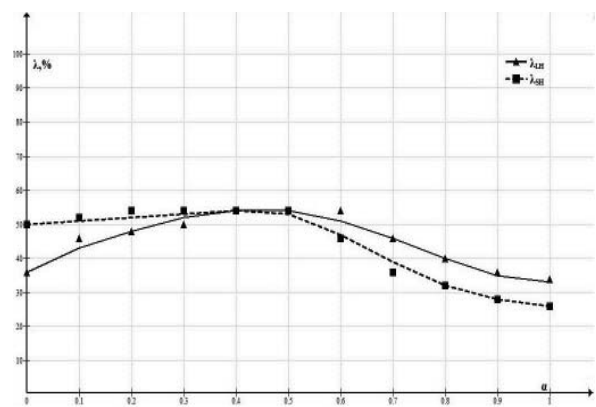


Рис. 6. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{LH} и λ_{SH} от коэффициента оптимизма α (ограниченная выборка из 50 матриц)

Как показано в [1], среди этих 50 матриц было обнаружено несколько аномальных в том смысле, что для них результаты выбора альтернатив по критериям Вальда и максимакса совпадают, притом что остальные критерии рекомендуют выбор других альтернатив. Это обстоятельство мы сочли необходимым учесть при проверке выдвинутой гипотезы.

Таким образом, для решающей проверки гипотезы из рассматриваемой выборки были исключены, во-первых, пять матриц, для которых всеми критериями рекомендуется одна и та же альтернатива. Как показано в [1], такие матрицы отражают реальный случай эквивалентности всех критериев при выборе объективно наилучшей альтернативы. Кроме того, во-вторых, из рассмотрения были исключены шесть матриц, для которых характерно аномальное совпадение результатов выбора по взаимоисключающим критериям Вальда и максимакса.

Для новой выборки из 39 матриц вновь вручную были рассчитаны коэффициенты λ_{VH} , λ_{SH} , λ_{LH} и λ_{MH} и построены зависимости, аналогичные прежним (рис. 7 и 8).

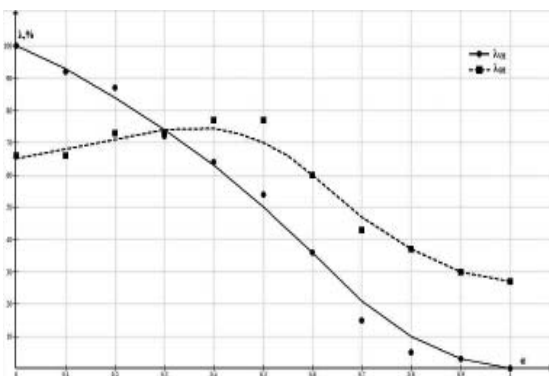


Рис. 7. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{VH} и λ_{SH} от коэффициента оптимизма α (ограниченная выборка из 39 матриц)

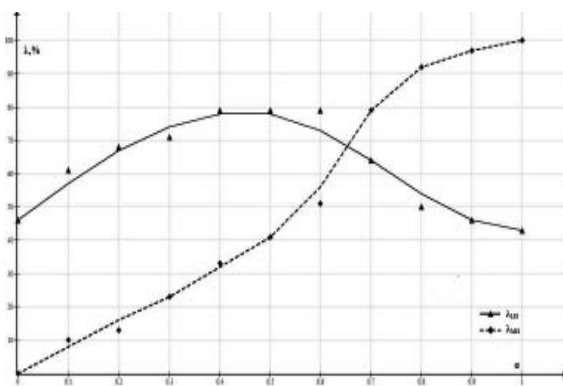


Рис. 8. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{LH} и λ_{MH} от коэффициента оптимизма α (ограниченная выборка из 39 матриц)

Нетрудно убедиться, что для такой выборки зависимости коэффициентов корреляции критериев Вальда и максимакса с критерием Гурвица отвечают их семантике: как и ожидалось, при $\alpha = 0$ $\lambda_{VH} = 1$, а $\lambda_{MH} = 0$ и, напротив, при $\alpha = 1$ $\lambda_{VH} = 0$, а $\lambda_{MH} = 1$.

Тем самым получила подтверждение гипотеза относительно причины обнаруженных особенностей зависимостей коэффициентов взаимной корреляции λ_{VH} и λ_{MH} от коэффициента оптимизма критерия Гурвица, которому в настоящей работе была отведена роль базового.

На рис. 9 приведены совмещенные графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{LH} и λ_{SH} от коэффициента α .

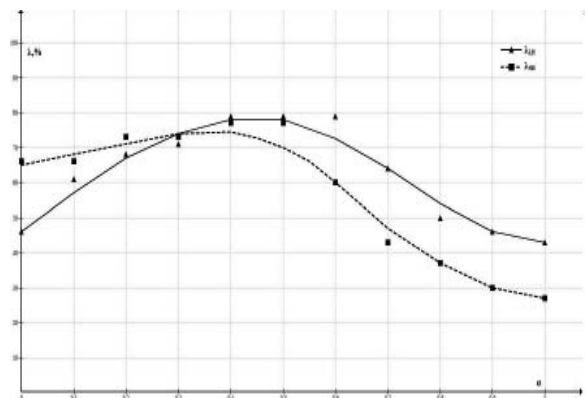


Рис. 9. Графики зависимости коэффициентов взаимной корреляции λ_{LH} и λ_{SH} от коэффициента оптимизма α (ограниченная выборка из 39 матриц)

Сравнение рис. 9 с рис. 6 показывает некоторое их различие, однако общий характер зависимости практически совпадает. Таким образом, в ходе подтверждения гипотезы была также выявлена и подтверждена существенная близость семантики критериев Лапласа (рассчитываемого на матрице эффективности) и Сэвиджа (рассчитываемого на матрице риска).

Заключение

Исследование результатов выбора решений (стратегий) по различным критериям на выборке из 10 000 матриц полезности показало, что теоретическое соотношение степени оптимизма критериев Вальда, Гурвица и максимакса нарушается примерно в 20 процентах случаев.

Для объяснения этого феномена была задействована выборка из 50 известных матриц, что позволило, с одной стороны, убедиться в ее репрезентативности, а с другой – проверить выдвинутую гипотезу относительно природы обнаруженной аномалии.

Установлено, что исключение из рассмотре-

ния матриц двух типов, для которых совпадают результаты выбора по критериям Вальда и максимакса, позволяет обеспечить выполнение теоретического соотношения оптимизма названных критериев.

Обнаружена семантическая близость критерия Лапласа с критерием Сэвиджа, что свидетельствует о необходимости поиска и формирования нового критерия, обладающего более высокой степенью оптимизма по сравнению с этими критериями.

Литература

1. Клименко И.С., Плуталов М.А., Чеботарев Г.А. Сравнительный анализ критериев выбора стратегий в «игре с природой» // Вестник Российского нового университета. – 2015. Сер.

Сложные системы: модели, анализ и управление. – Вып. 1. – С. 55–59.

2. Vald, A. Contribution of the theory of statistical estimation and testing hypothesis // *Annals Math. Statist.* – 1939. – Vol. 10. – P. 299–326.

3. Savage, L.J. *The foundation of statistics.* – N.Y. : Wiley, 1954.

4. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами. – М. : Наука, 1978. – 328 с.

5. Бродецкий Г.Л. Системный анализ в логистике. Выбор в условиях неопределенности. – М. : Academia, 2010. – 336 с.

6. Клименко И.С. Теория систем и системный анализ: учебное пособие. – М. : РосНОУ, 2014. – 264 с.

7. Жуковский В.И., Солдатова Н.Г. Гарантированные риски и исходы в «игре с природой» // *Проблемы управления.* – 2014. – № 1. – С. 14–26.