

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПРОТЕКАНИЯ ВНУТРЕННИХ ПРОЦЕССОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ УДАРЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА О ПРЕГРАДУ РАЗЛИЧНОГО ТИПА

## MODELING AND ANALYSIS OF INTERNAL PROCESSES AS A RESULT OF RIGID BODY BUMP AT DIFFERENT HEDGES

Приведены результаты компьютерного моделирования внутренних процессов, возникающих в различных биологических материалах при ударе твердого тела. Выявлены специфические особенности внутренних напряжений, характерные для реальных материалов с различными прочностными характеристиками. Установлены критерии возникновения критических разрушений в этих материалах.

**Ключевые слова:** давление, деформация, напряжение, повреждение, критерий.

This paper presents the results of computer modeling of the internal processes that occur in various biological materials under impact of rigid body. The specific features of the internal stresses, typical for the materials with different strength characteristics are detected. The criteria for the occurrence of critical damage in these materials are fixed.

**Keywords:** pressure, strain, stress, damage, criterion.

### Введение

Соударение твердого тела с деформируемой преградой сопровождается сложными процессами, которые определяются рядом следующих факторов: начальной скоростью удара, составом тел, а также формой и физико-механическими характеристиками материала.

В работе [1] нами представлены результаты исследования распределения полей давления и деформаций, возникающих при ударе твердого тела о деформируемую преграду с характеристиками, типичными для биологической ткани.

Для моделирования такого процесса был успешно использован метод упругопластиче-

ских течений [2], основанный на решении конечно-разностных уравнений. В дальнейшем в работе [3] мы обосновали тип задач, для которых применение указанного метода является предпочтительным.

В настоящей работе для моделирования процессов распространения полей давления и деформаций используется программный комплекс, написанный на языке Object Pascal, который позволяет в реальном времени сравнивать расчетное значение прочности материала с его предельным значением. Тем самым открывается возможность наглядного моделирования качественных изменений внутри материала, в частности развития и взаимодействия областей сжимающих и растягивающих напряжений.

Если давление, возникающее при сжатии или растяжении материала, превышает пороговое значение его прочности, что сопровождается повреждением его внутренней структуры [4],

<sup>1</sup> Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем в экономике и управлении АНО ВО «Российский новый университет».

<sup>2</sup> Аспирант АНО ВО «Российский новый университет».

то область этих повреждений визуализируется посредством заливки цветом соответствующих ячеек расчетной сетки.

Пределная прочность материала зависит от физических и механических свойств, внутренней структуры, а также от формы импульса растягивающих напряжений, т.е. представляет собой функцию многих параметров [7]. Путем моделирования мы получаем интегральный результат, который можно визуализировать в разрезе материала, а также отобразить в виде графика.

Для полной визуализации напряженно-деформированного состояния необходимо получить максимальные значения полей сжимающих и растягивающих напряжений, а также результат их взаимного наложения на последующих этапах развития процесса.

В настоящей работе мы рассматриваем материалы, качественно различающиеся по своим физико-механическим характеристикам, но имеющие непосредственное отношение к биологическим тканям. В табл. 1 приведены характеристики рассматриваемых материалов.

Таблица 1

Ткань	Прочность на растяжение, МПа	Прочность на сжатие, МПа	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Скорость звука в материале, с, м/с
Мягкая ткань	5	10	1000	1500
Мышечная ткань	1	50	1100	1585
Бедренная кость	121	167	2400	3000
Плечевая кость	130	132	2250	2930
Лучевая кость	149	114	2120	2785
Локтевая кость	148	117	2100	2700
Шейные позвонки	3,1	10	1900	2500
Поясничные позвонки	3,7	5	1970	2350

Параметры ударника при моделировании преграды – такие же, как и в работе [1], а именно: ударник имеет форму цилиндра (масса – 12 грамм, радиус – 7,65 мм) и считается недеформируемым.

### 1. Моделирование процессов в материале из мышечной ткани

Биологические материалы, такие, как мышцы, имеют упругие свойства, существенно отличающиеся от упругих свойств костей и других твердых материалов.

Как следует из табл. 1, прочность мышц при сжатии в 5 раз превосходит предел прочности мягких тканей, рассмотренных в работе [1]. Следовательно, можно ожидать, что визуализи-

руемая область сжимающих напряжений в мышечной ткани будет иметь существенно меньший размер, чем область, сформировавшаяся в мягких тканях, хотя она и будет иметь похожую форму. Объем этой области нарастает с течением времени. Ее максимальный размер, соответствующий моменту времени  $t = 0,18$  мс, приведен на рис. 1.

Как видим, наблюдаемая картина качественно отображает ожидаемый результат. Сжимающие напряжения достигли критического значения в относительно небольшой области расчетной сетки непосредственно под ударником.

Количественно судить о достижении этой областью своего максимального значения можно

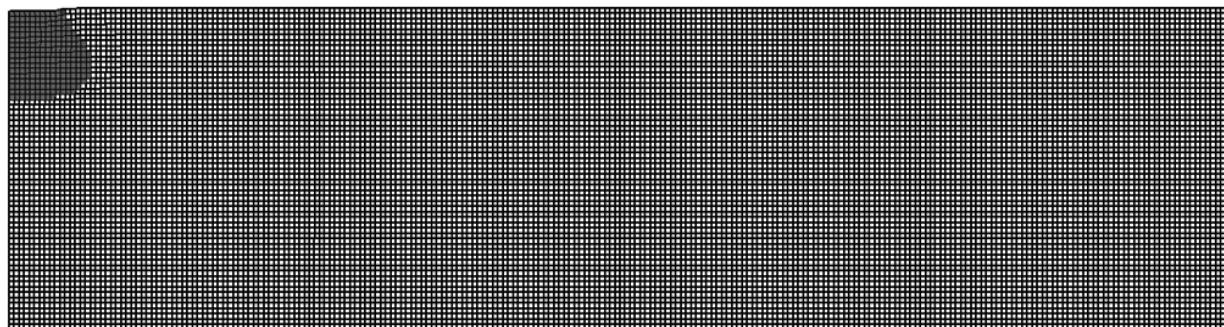


Рис. 1. Максимальный размер области сжимающих напряжений на расчетной сетке

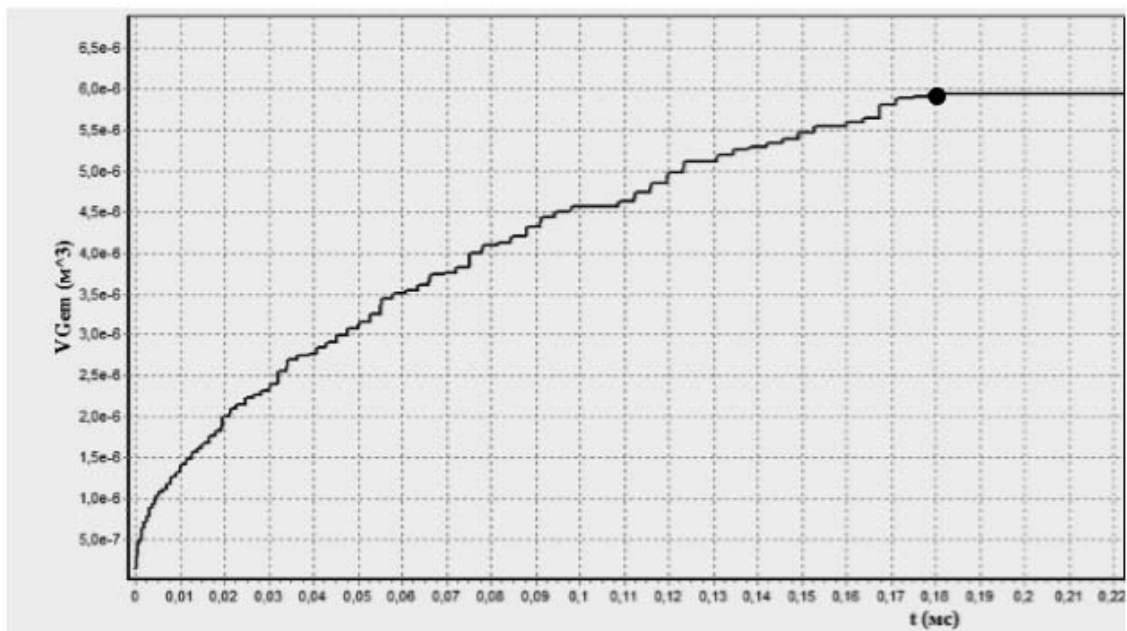


Рис. 2. Изменение объема области сжимающих напряжений со временем

по рис. 2, где представлена зависимость объема расчетной области сжимающих напряжений от времени.

При построении графика изменения объема формируемой области со временем каждое новое значение сравнивается с предыдущим, и если оно его не превосходит, то на графике будет отображена прямая (горизонтальная) линия. При достижении максимального объема  $V_{max} = 6 \cdot 10^{-6} m^3$  в момент времени  $t = 0,18$  мс объем формируемой области более не нарастает, поэтому, начиная с этого момента (отмечен точкой), график на рис. 2 представляет собой прямую линию.

Более существенные изменения должны наблюдаться при распространении волны растягивающих напряжений. Поскольку мышечная

ткань имеет малое значение прочности при растяжении [5], это сказывается на протекании внутренних процессов при ударе. Прочность мягкой биологической ткани, рассмотренной в [1], при растяжении в 5 раз превосходит предел прочности мышц.

Следовательно, можно ожидать, что визуализируемая область растягивающих напряжений в мышечной ткани будет иметь существенно больший размер, чем в случае моделирования преграды из мягких тканей [1] при аналогичной форме области.

На рис. 3 приведена динамика изменения объема области растягивающих напряжений, при отражении волны сжатия от внутренней границы моделируемой области. Как можно видеть

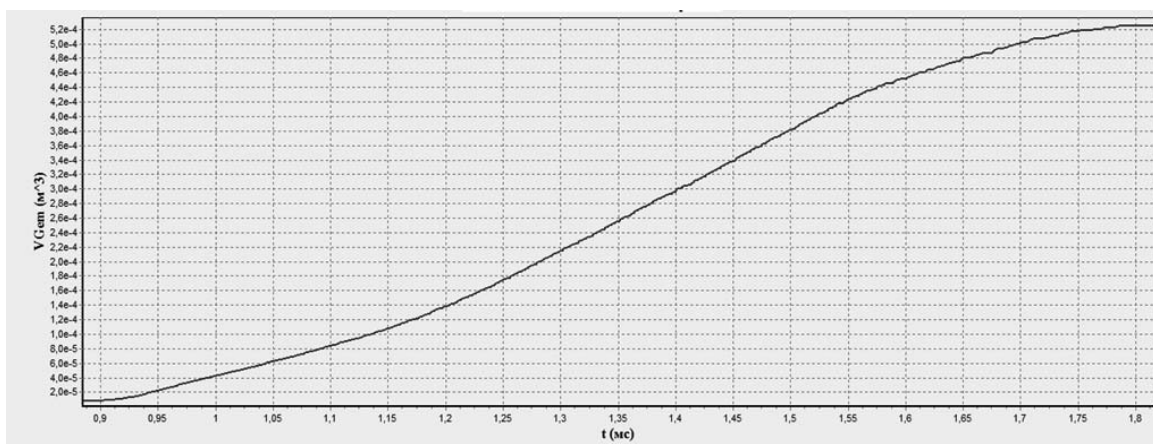
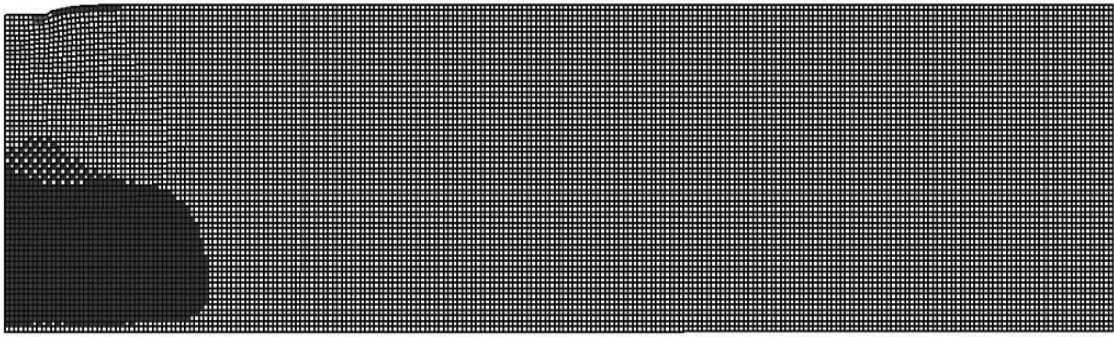
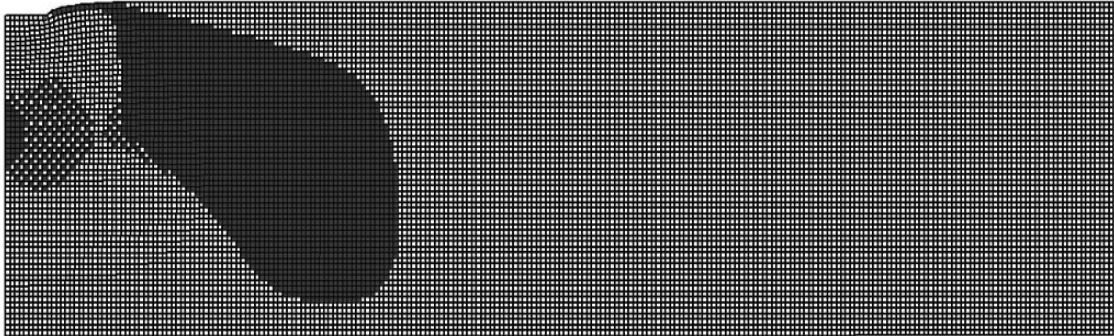


Рис. 3. Изменение объема области растягивающих напряжений со временем (точками отмечены моменты времени  $t = 1$  мс и  $t = 1,8$  мс)



(а)



(б)

Рис. 4. Область растягивающих напряжений при  $t = 1$  мс (а) и при  $t = 1,8$  мс (б)

из рис. 3 и 4(а), волна растягивающих напряжений за 0,1 мс с момента ее образования распространится более чем на половину моделируемой области. Подчеркнем, что график рис. 3 построен на полулогарифмической шкале. Максимального же объема  $V_{\max} = 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$  эта область достигает в момент времени  $t = 1,8$  мс.

На рис. 4 приведены соответствующие изображения области растягивающих напряжений в различные моменты времени после удара.

Растягивающие напряжения возникают у нижней границы расчетной области и затем распространяются к ее верхней границе (рис. 4). Деформированные ячейки расчетной сетки на рис. 4(а), (б) свидетельствуют о том, что во вре-

мя образования и распространения волны растяжения в материале присутствуют остаточные напряжения, ранее вызванные волной сжатия. Однако давление в деформированных ячейках не превосходит предела прочности материала, поэтому они остаются без полной заливки.

Как видим, картина, наблюдаемая на рисунке 4(б), свидетельствует о возникновении значительной области критических напряжений.

Для оценивания максимального уровня совокупных повреждений в моделируемой области после удара рассмотрим картину взаимного наложения полей сжимающих и растягивающих напряжений (рис. 5).

Видно, что область растягивающих напряже-

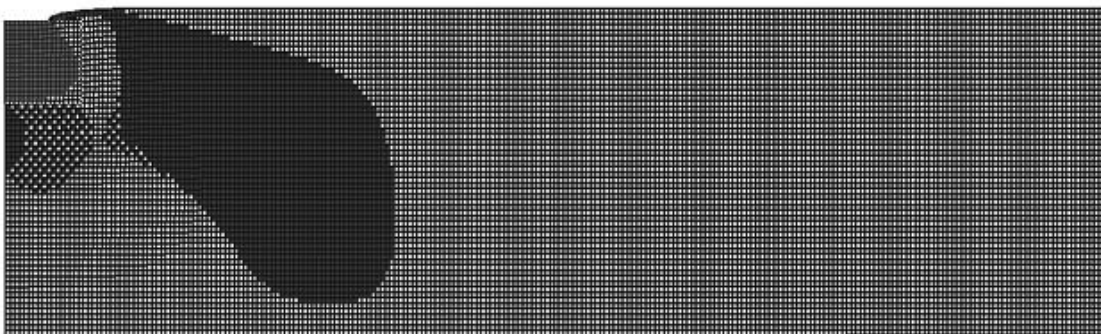


Рис. 5. Наложение областей сжимающих и растягивающих напряжений при достижении ими максимальных значений

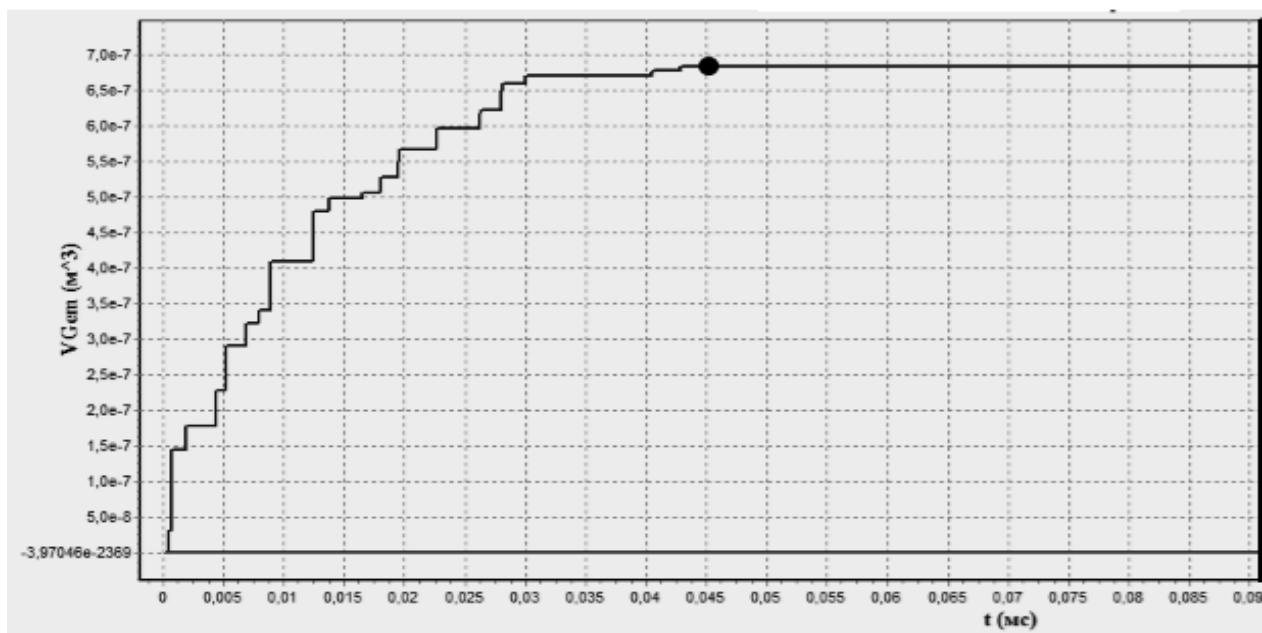


Рис. 6. Изменение объема области сжимающих напряжений со временем (верхний график) и отсутствие области растягивающих напряжений (прямая линия, свидетельствующая о ее нулевом объеме)

ний (отраженная волна) практически полностью распространяется на всю глубину моделируемой области (5 см) и существенно превосходит по размеру область сжимающих напряжений, визуализированную в левом верхнем углу рисунка. Это свидетельствует о критических повреждениях, возникающих в мышечной ткани.

Анализ рис. 5 показывает, что материал, моделирующий мышечную ткань, под действием сжимающих напряжений претерпел незначительные повреждения, но импульс критических растягивающих напряжений прошел через всю моделируемую область, и, следовательно, она подверглась разрушению.

## 2. Моделирование процессов в материале из кости

Как следует из табл. 1, прочность костной ткани при сжатии в 16 раз превосходит предел прочности мягких тканей, а ее прочность при растяжении в 25 раз превосходит предел прочности мягких тканей.

Следовательно, можно предположить, что визуализируемая область сжимающих напряжений в костной ткани будет иметь очень небольшой размер, а области растягивающих напряжений и вовсе может не возникнуть.

На рис. 6 видно, что в материале, моделирующем костную ткань, возникает область сжимающих напряжений с давлением, превышающим пороговое значение для материала при сжатии.

Своего максимального объема –  $V_{\max} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$  – эта область достигает в момент времени  $t = 0,045 \text{ мс}$  после удара (отмечен точкой). Это на порядок меньше аналогичной области в случае мышечной ткани.

Область растягивающих напряжений не возникает из-за высокого значения прочности кости при растяжении (давление в области растягивающих напряжений не превысило предела прочности материала на растяжение).

Таким образом, наблюдаемая картина качественно отображает прогнозируемый результат как в части минимальных размеров регистрируемой области критических напряжений при сжатии, так и в части отсутствия критических напряжений при растяжении.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда удар твердого тела может прийти в область шейных или поясничных позвонков.

Поскольку такой материал обладает малыми значениями прочности при сжатии (см. табл. 1), то можно ожидать, что визуализируемая область сжимающих напряжений в позвонках будет иметь существенно больший размер, чем область, сформировавшаяся в мягких тканях.

Изменение объема области сжимающих напряжений с течением времени представлено на рис. 7. Своего максимального объема ( $V_{\max} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ ) область достигает в момент времени  $t = 0,7 \text{ мс}$  момента удара.

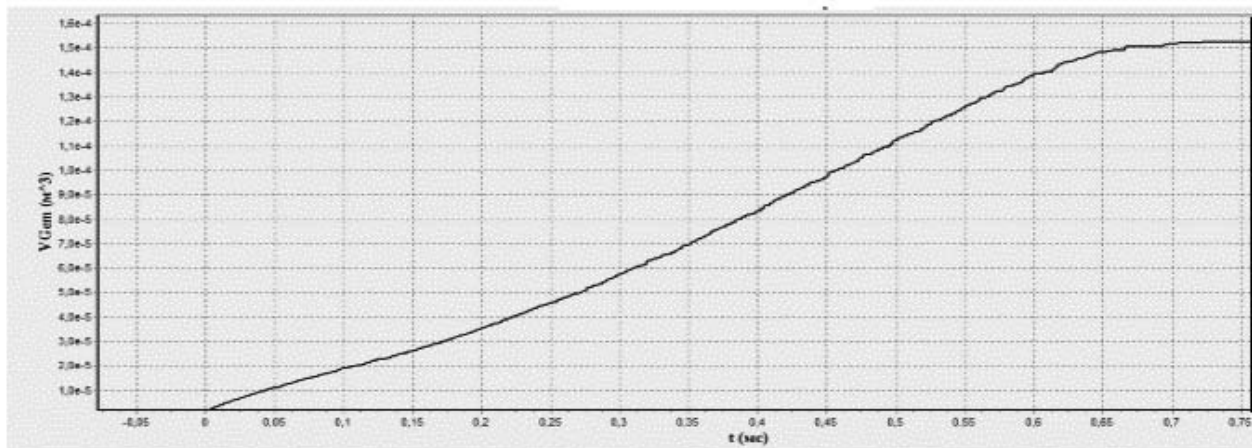


Рис. 7. Изменение объема области сжимающих напряжений со временем. Точками отмечены ключевые моменты времени ( $t = 0,5$  мс,  $t = 0,6$  мс,  $t = 0,65$  мс,  $t = 0,7$  мс), в которые происходят качественные изменения области заливки

Наращение объема области возникающих напряжений с течением времени отображается изменением размера области заливки ячеек на

расчётной сетке (см. рис. 8). Ее максимальный размер, соответствующий моменту времени  $t = 0,7$  мс, приведен на рисунке 8(г).

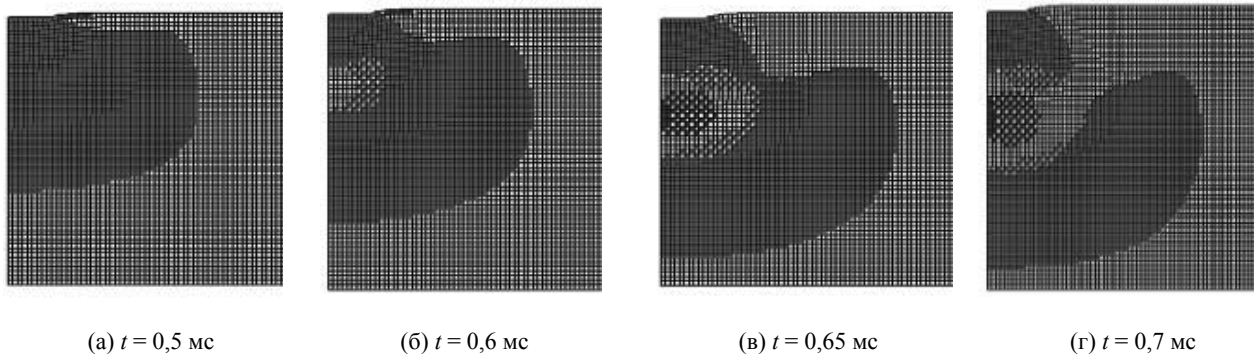


Рис. 8. Динамика изменений области сжимающих напряжений

Как видно из рис. 8, область сжимающих напряжений в процессе своего развития образует три отдельных фрагмента. На рис. 8(б), (в) визуализирована область сжимающих напряжений до начала ее разделения на два отдельных фрагмента.

Первый (верхний) фрагмент на рис. 8(г) – это область под ячейками, контактирующими с ударником. То есть, вследствие удара в материале возникли сжимающие напряжения, и выделенная область свидетельствует о том, что давление в этих ячейках превысило предел прочности материала на сжатие.

Второй фрагмент – нижняя часть рис. 8(г) – это также область сжимающих напряжений. Ее значительный объем свидетельствует о серьезных повреждениях материала преграды.

Можно предположить, что в момент разрыва

области сжимающих напряжений ( $t = 0,65$  мс) на месте разрыва возникают растягивающие напряжения. Тогда третий фрагмент, расположенный посередине, можно трактовать как область возникновения растягивающих напряжений с давлением, пока не превосходящим предела прочности материала на растяжение.

Проследим за процессом распространения волны растягивающих напряжений. Прочность мягкой биологической ткани при растяжении в 1,5 раза превосходит предел прочности позвонков (см. табл. 1). Следовательно, можно предположить, что визуализируемая область растягивающих напряжений в позвонках будет иметь несколько больший объем, чем в мягких тканях.

На рис. 9 представлено изменение объема области растягивающих напряжений с течением времени.

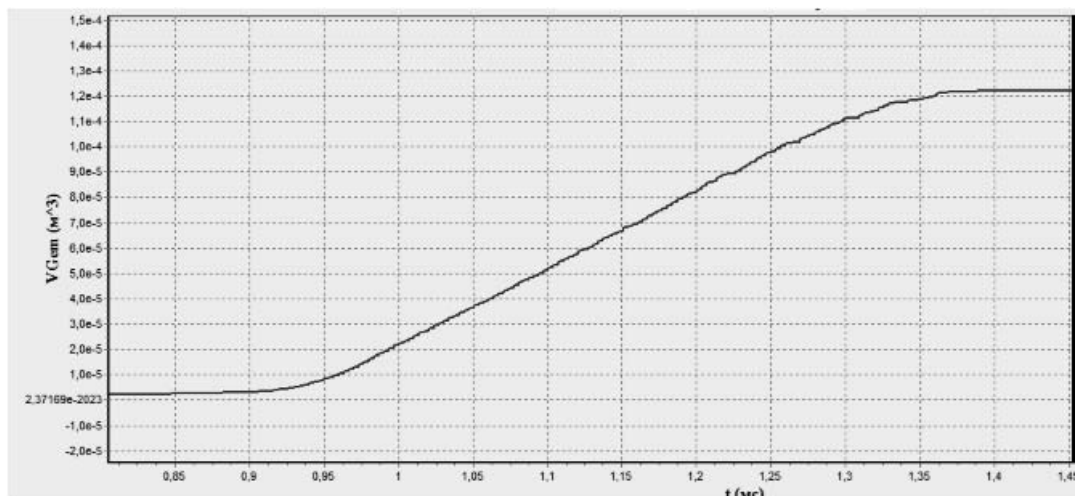


Рис. 9. Нарастание объема области растягивающих напряжений со временем. Точкой отмечен момент времени  $t = 1,4$  мс, при котором достигается максимальный объем формируемой области

Своего максимального объема ( $V_{\max} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ ) область достигает в момент времени  $t = 1,4$  мс, т.е. через 0,5 мс после начала своего формирования.

Соответствующее изображение области растягивающих напряжений (при  $t = 1,4$  мс) представлено на рис. 10 (нижний фрагмент).

Как видно на рис. 10, третий фрагмент, визуализированный на рис. 8, в процессе своего развития образовал волну растягивающих напряжений с давлением, превосходящим предел прочности материала на растяжение.

Кроме того, на рис. 10 присутствует также остаточная часть сжимающих напряжений (верхний фрагмент), расположенная под пятном контакта ударника с преградой. Это означает, что в материале преграды одновременно присутствуют оба типа напряжений, и, следовательно, материал испытывает сложнодеформированное состояние и подвержен разрушению.

Наложение максимальных по объему областей сжатия (рис. 8(г)) и растяжения, возникаю-

щих вследствие удара в моделируемом материале, представлено на рис. 11.

Как видим, при заданных параметрах ударника и характеристиках материала совместное действие сжимающих и растягивающих напряжений приводит к разрушению материала моделируемой преграды. Это означает, что возможны серьезные деформации шейных/поясничных позвонков, вплоть до их разрушения.

### Заключение

Анализ результатов моделирования динамики внутренних процессов (распространения полей давления и деформации), протекающих при ударе твердого тела о преграды различного типа, позволяет сформулировать по аналогии с критериями качества [10] следующие критерии оценивания степени возникающих деформаций при сжатии и растяжении для разных материалов.

1. Критерий допустимых деформаций. Ситуация удовлетворяет этому критерию в случае возникновения пластических деформаций, не превышающих пороговых значений прочности

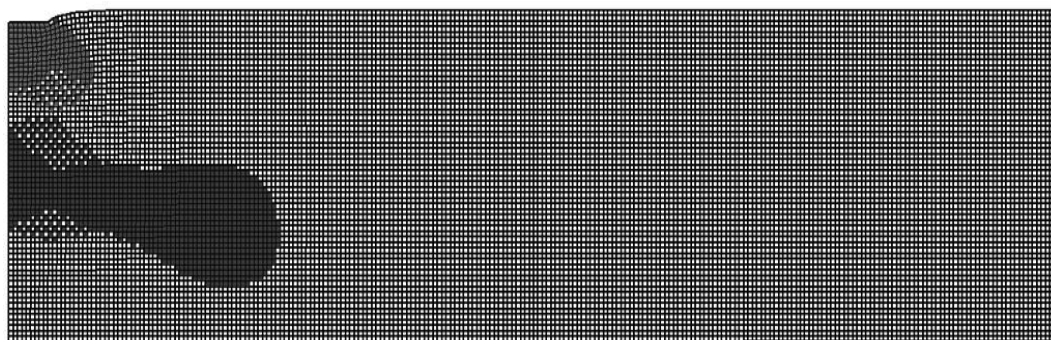


Рис. 10. Визуализация возникших областей напряжений

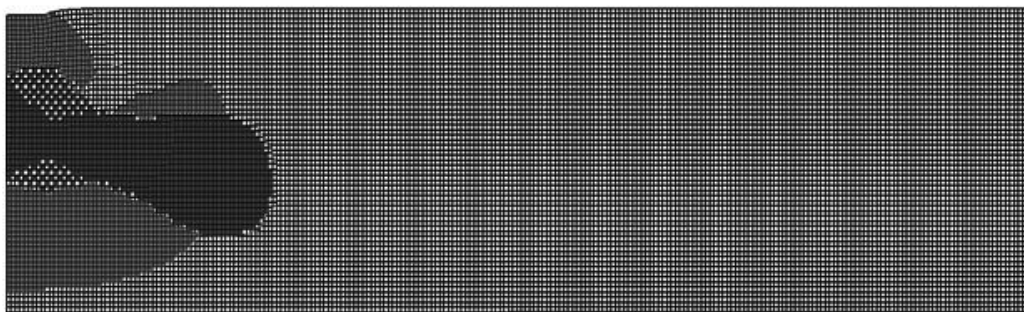


Рис. 11. Напряженно-деформируемое состояние материала при наложении областей сжимающих и растягивающих напряжений

материала. При этом плотной заливки ячеек расчетной сетки не наблюдается, но возможна деформация части ячеек. Это свидетельствует об отсутствии существенных повреждений материала.

2. Критерий критических деформаций. Ситуация удовлетворяет этому критерию в случае возникновения пластических деформаций на уровне пороговых значений прочности материала. При этом плотная заливка ячеек расчетной сетки и их деформация возникают на ограниченных участках сетки. Это свидетельствует о локальных повреждениях материала и его подверженности дальнейшему разрушению.

3. Критерий разрушительных деформаций. Ситуация удовлетворяет этому критерию в случае возникновения пластических деформаций, заведомо превышающих пороговые значения прочности материала. При этом плотная заливка ячеек расчетной сетки и их деформация возникают на всей глубине сетки. Это свидетельствует о необратимом разрушении материала.

Оценивание результатов моделирования по предлагаемым критериям показывает возможность прогнозирования степени повреждений, испытываемых различными материалами при ударе.

Результаты настоящей работы могут представлять интерес в связи с проблемой использования травматического оружия и обеспечения его травматической безопасности при воздействии на различные биологические ткани человека.

## Литература

1. Клименко И.С., Холодков С.В. Распределение полей давления и деформаций, возникающих при ударе твердого тела о деформируемое

преграду // Вестник Российского нового университета. – 2014. – Выпуск 4. – С. 49–54.

2. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений / М.Л. Уилкинс // Вычислительные методы в гидродинамике. – М. : Мир, 1967. – 383 с.

3. Клименко И.С., Холодков С.В. Сравнительный анализ методов конечных элементов и расчета упругопластических течений применительно к задаче удара твердого тела о деформируемую преграду // Вестник Российского нового университета. – 2015. – Выпуск 2 (10). – С. 14–18.

4. Прикладная механика сплошных сред / под ред. В.В. Селиванова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – Т. 3. Численные методы в задачах физики взрыва и удара. – 516 с.

5. Дебой Н.Н., Малыхин А.В., Пономарев Е.В., Юдина Н.Г. О небезопасности (об опасности) применения бесствольного огнестрельного оружия // Материалы VI Всероссийского съезда судебных медиков. – М. : Тюмень, 2005. – С. 55–69.

6. Макаров И.Ю., Ковалев А.В., Куценко К.И., Евтева И.А. Судебно-медицинская оценка травмобезопасности оружия ограниченного поражения // Судебно-медицинская экспертиза. – 2012. – № 5. – С. 47–68.

7. Бегун П.И., Афонин П.Н. Моделирование в биомеханике : учебное пособие. – М. : Высшая школа, 2004. – 390 с.

8. Арсеньев Д.Г., Аранов В.Ю., Бауэр С.М. и др. Математические модели и компьютерное моделирование в биомеханике : учебное пособие. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2004. – 152 с.

9. Штремель М.А. К происхождению откольной прочности // Деформация и разрушение материалов. – 2012. – № 10. – С. 2–6.

10. Клименко И.С. Теория систем и системный анализ : учебное пособие. – М. : РосНОУ, 2014. – 265 с.