

В.А. Минаев, А.О. Фаддеев, Т.Р. Ахметшин, Т.М. Невдах**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЯЗКОСТИ
ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ ЛИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ**

В статье описывается новая математическая модель вязкости геологической среды литосферы Земли для ее континентальной и океанической частей. В вязкой модели литосферы учитываются температура, давление, прочностные, плотностные и другие физико-химические свойства геологической среды, изменяющиеся с ее глубиной. Уточняется зависимость энергии активации от температуры среды литосферы. Реализован новый метод оценки коэффициентов модели, учитывающий эмпирические данные о вязкости в некоторых характерных точках литосферы. На основе модели найдены распределения вязкости литосферы в диапазоне глубин от 0 до 80 км с интервалом в 1 км. Результаты моделирования свидетельствуют о связи значений вязкости с зонами землетрясений вблизи океанических тектонических разломов. А именно, в зонах пониженных значений вязкости на глубинах 33 км произошло около 40% от всех зарегистрированных землетрясений. В работе получены новые научные результаты и сделан важный вклад в решение задачи численных оценок характеристик геодинамических процессов. Полученные результаты позволяют лучше учитывать условия реальной геологической среды при расчете геодинамических деформаций, прогнозировать динамику современных геодинамических процессов в литосфере.

Ключевые слова: модель, алгоритм, численный метод, оценка, вязкость, геологическая среда, литосфера, геодинамический процесс, землетрясение.

V.A. Minaev, A.O. Faddeev, T.R. Akhmetshin, T.M. Nevдах**MATHEMATICAL VISCOSITY MODEL
OF THE EARTH LITHOSPHERE GEOLOGICAL ENVIRONMENT**

The article describes the new mathematical model of the geological environment viscosity of the Earth lithosphere for its continental and oceanic parts. In the viscous models of the lithosphere are taken into account temperature, pressure, strength, density and other physical-chemical properties of the geological environment, changing with depth. The dependence of the activation energy from the lithosphere temperature is specified. New method for estimating coefficients of the model, taking into account empirical data on viscosity in some characteristic points of the lithosphere, is implemented. Based on the model in the depth range from 0 to 80 km with an interval of 1 km distributions of viscosity in the lithosphere found. The simulation results indicate a relation of viscosity with the earthquake zones near oceanic tectonic faults. Namely, in the zones of low values of viscosity at the depths of 33 km occurred at about 40% of all registered earthquakes. In the article new scientific results are obtained and important contribution to the solution of the task numerical estimates of the characteristics geodeformation processes has done. The obtained results help to better reflect real conditions of geological environment in the calculation of geodynamic deformations, and to predict the dynamics of modern geodeformation processes in the lithosphere.

Keywords: model, algorithm, numerical method, evaluation, viscosity, geological environment, lithosphere, geodeformation process, earthquake.

Введение

Вязкость геологической среды является труднооцениваемым в количественном отношении параметром, одновременно крайне необходимым для исследования и прогнозирования динамики современных геодинамических процессов в литосфере [1–3]. Сложности, возникающие при его численном оценивании, связаны с непростой взаимозависимостью вязкости, температуры, прочностных, плотностных и других физико-химических свойств геологической среды [4–8].

Основные сложности и решения при создании модели

В ряде научных работ описаны существующие способы численной оценки вязкости, приведены соотношения, позволяющие выполнить эти оценки [1; 4–6; 9–11]. Однако они, как правило, характеризуются весьма неточными, а подчас противоречивыми результатами. В настоящей работе сделана попытка усовершенствовать метод оценки вязкости геологической среды литосферы и предложен новый подход к построению модели для определения величины вязкости. Модель базируется на следующем известном соотношении [8; 10], которое уточнено в целом ряде аспектов, связанных с физикой реальных геодинамических литосферных процессов:

$$\eta(z) = A_k \cdot \exp \left[\frac{U_a}{RT} \cdot \exp \left(\frac{2.5 \cdot P}{\lambda + 2/3\mu} \right) \right], \quad (1)$$

где z – ось, направленная вертикально вниз; R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{°К}}$; зависящие от глубины z : T – температура, P – давление, U_a – энергия активации, λ и μ – прочностные характеристики геологической среды (постоянные Ламе, или модули упругости и сдвига, соответственно); A_k – некоторый коэффициент пропорциональности.

Поскольку в дальнейшем расчеты будут вестись до глубин 80 км, то кривизной Земли пренебрежем.

Определим, какие данные необходимы для осуществления численной оценки вязкости по формуле (1).

Начнем с давления P . Как известно, давление рассчитывается в соответствии с законом $P = \rho g z$. Учитывая, что плотность ρ и ускорение свободного падения g зависят от глубины z , получим:

$$P(z) = \rho(z) \cdot g(z) \cdot z. \quad (2)$$

Изменение ускорения свободного падения g с глубиной в слое литосферы от дневной поверхности до границы литосфера – литосферная мантия, т.е. в пределах оцениваемых нами глубин, пренебрежимо мало, поэтому для нашего случая эту величину будем считать постоянной. Следовательно, давление будем рассчитывать по формуле

$$P(z) = \rho(z) \cdot g \cdot z. \quad (3)$$

В работах [12–14; 26; 27] рассмотрены математические модели и численные методы оценок температуры геологической среды на различных глубинах. Немаловажным фактором является то, для какого типа литосферы проводится расчет температуры – океанической или континентальной. В настоящей статье использованы модели для указанных типов литосфер, созданные в работах [12–14]. В зависимости от типа сформированы два различных подхода к решению задачи по оценке температуры литосферы и, соответственно, две различные математические модели. Температура шельфовой зоны определяется как «сшивка» решений двух моделей.

Рассмотрим прочностные характеристики геологической среды, представляемые модулями упругости и сдвига λ и μ , соответственно. Как известно, упругие модули, скорости сейсмических волн и плотность геологической среды связаны следующими соотношениями [15]:

$$\begin{cases} V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \\ V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \end{cases} \quad (4)$$

где λ , μ – прочностные характеристики геологической среды (постоянные Ламе, или модули упругости и сдвига, соответственно), ρ – плотность геологической среды, V_P – скорость продольных, V_S – скорость поперечных волн.

Используя (4), нетрудно показать, что глубинное распределение прочностных параметров геологической среды определяется на основании следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} V_S^2(z) = \frac{\mu(z)}{\rho(z)}, \\ V_P^2(z) = \frac{\lambda(z) + 2\mu(z)}{\rho(z)}. \end{cases} \quad (5)$$

Разрешая эту систему, получим:

$$\begin{cases} \mu(z) = \rho(z) \cdot V_S^2(z), \\ \lambda(z) = \rho(z) \cdot (V_P^2(z) - 2V_S^2(z)). \end{cases} \quad (6)$$

Уточнение зависимости энергии активации в литосфере

Как известно из химической кинетики, энергия активации U_a представляет собой некоторую пороговую энергию, характеризующую возможность протекания химических реакций. Если энергия участвующих в реакции частиц меньше U_a , то при взаимодействии (столкновении) частиц реакции не произойдет, если же энергия превышает U_a , то реакция начнется [17; 18]. Экспериментально установлено, что существует зависимость, связывающая энергию активации U_a и температуру T :

$$U_a \cong \frac{RT^2}{10}, \quad (7)$$

где R – газовая постоянная, T – температура (в °К).

Для некоторых однородных слоев геологической среды из экспериментальных исследований также известны значения энергии активации. Так, для однородных слоев верхней коры эта величина составляет $1,34 \cdot 10^5$ Дж/моль, для нижней коры – $2,76 \cdot 10^5$ Дж/моль, для литосферной мантии – $5,3 \cdot 10^5$ Дж/моль [18; 19]. Известны значения энергии активации и для других глубинных уровней. Это дает возможность уточнения величины показателя степени при температуре в соотношении (7).

Для этого положим

$$U_a(T) = b_1 T^{b_2}, \quad (8)$$

где $b_1 = \frac{R}{10}$, b_2 – уточняемый коэффициент.

Построим следующий функционал

$$F(b_2) = \sum_{i=1}^n (b_1 T_i^{b_2} - U_{a\text{эксп}i})^2, \quad (i = 1, \dots, n), \quad (9)$$

где $U_{a\text{эксп}i}$ – значение энергии активации, известное по результатам экспериментов.

Потребуем выполнения условия минимума функции (9):

$$F(b_2) = \sum_{i=1}^n (b_1 T_i^{b_2} - U_{a\text{эксп}i})^2 \rightarrow \min. \quad (10)$$

Приравнивание к нулю производной от функции $F(b_2)$ по неизвестной переменной b_2 приводит к соотношению:

$$\sum_{i=1}^n T_i^{2b_2} \ln T_i = \frac{\sum_{i=1}^n U_{a_{экс\pi i}} T_i^{b_2} \ln T_i}{b_1}, \quad (11)$$

из которого ее нельзя выразить в явном виде.

Функция $F(b_2)$ является унимодальной, поскольку на произвольном отрезке она является дважды дифференцируемой, и в любой точке этого отрезка вторая производная функции $F(b_2)$ положительна [20; 21]. Покажем это.

Последовательно дважды продифференцируем функцию (6), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(b_2)}{\partial b_2} &= \frac{\partial}{\partial b_2} \sum_{i=1}^n (b_1 T_i^{b_2} - U_{a_{экс\pi i}})^2 = 2(b_1 T_1^{b_2} - U_{a_{экс\pi 1}}) \cdot b_1 \cdot T_1^{b_2} \ln T_1 + \\ &+ 2(b_1 T_2^{b_2} - U_{a_{экс\pi 2}}) \cdot b_1 \cdot T_2^{b_2} \cdot \ln T_2 + \dots + 2(b_1 T_n^{b_2} - U_{a_{экс\pi n}}) \cdot b_1 \cdot T_n^{b_2} \cdot \ln T_n. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F(b_2)}{\partial b_2^2} &= 2b_1^2 T_1^{2b_2} \cdot \ln^2 T_1 + 2(b_1 T_1^{b_2} - U_{a_{экс\pi 1}}) \cdot b_1 T_1^{b_2} \cdot \ln T_1 + 2b_1^2 T_2^{2b_2} \cdot \ln^2 T_2 + \\ &+ 2(b_1 T_2^{b_2} - U_{a_{экс\pi 2}}) b_1 T_2^{b_2} \ln T_2 + \dots + 2b_1^2 T_n^{2b_2} \ln^2 T_n + 2(b_1 T_n^{b_2} - U_{a_{экс\pi 3}}) b_1 T_n^{b_2} \ln T_n. \end{aligned} \quad (13)$$

Очевидно, что слагаемые вида $2b_1^2 T_i^{2b_2} \cdot \ln^2 T_i$ в выражении (13) всегда положительны. Множители вида $b_1 T_i^{b_2} \cdot \ln T_i$ также положительны вследствие положительности показательной функции, коэффициента b_1 и логарифма температуры, который может быть отрицательным только при температуре меньше 1°K, что в условиях реальной геологической среды невозможно.

Нетрудно показать, что выражения в скобках в (13) при определенных физических условиях могут быть отрицательными, однако в целом вторая частная производная от функции $F(b_2)$ будет всюду положительной, что и подтверждает унимодальность этой функции на указанном отрезке. Для нахождения минимума функции (10) по b_2 можно воспользоваться одним из известных численных методов.

Сделанные численные оценки показали, что $b_2 \cong 1,857$. Таким образом, поскольку температура зависит от глубины z , соотношение (7) представляется в виде:

$$U_a(z) = \frac{R \cdot T^{1,857}(z)}{10}. \quad (14)$$

Метод оценки коэффициента пропорциональности

Рассмотрим численный метод, позволяющий выполнить оценки множителя A_k в соотношении (1).

Из ряда научных источников известны диапазоны изменения величины вязкости в литосфере [1; 2; 10; 11; 18]. Так, под континентами величина вязкости изменяется в пределах $\eta_{Land} = 10^{21} \div 10^{25}$ Па·с под океанами – $\eta_{Marine} = 10^{21} \div 10^{24}$ Па·с. Также известно, что на границе Мохо вязкость скачкообразно уменьшается на один порядок и составляет в среднем под континентами 10^{23} Па·с, под океанами – $5 \cdot 10^{22}$ Па·с.

Итак, известны величины вязкости на четырех поверхностях при фиксированных глубинах (обозначим их обобщенно $z = z_{фикс}$):

- 1) на дневной поверхности (или на океаническом дне);
- 2) на границе Мохо;
- 3) непосредственно под границей Мохо;
- 4) на границе литосфера – литосферная мантия.

Соответственно, в этих «точках», на основании соотношения (1), можно оценить величины коэффициентов A_k :

$$A_k(z_{\text{фикс}}) = \frac{\eta(z_{\text{фикс}})}{\exp\left\{\frac{U_a(z_{\text{фикс}})}{R \cdot T(z_{\text{фикс}})} \cdot \exp\left[\frac{2,5 \cdot P(z_{\text{фикс}})}{\lambda(z_{\text{фикс}}) + 2/3 \cdot \mu(z_{\text{фикс}})}\right]\right\}}. \quad (15)$$

Для элементарной, фиксированной по долготе и широте площадки $1^\circ \times 1^\circ$, распределение коэффициентов $A_k^{(i)}$ по глубине для четырех «точек» схематично представлено на рис. 1.

На рис. 1 использованы следующие обозначения: H_M – это толщина литосферы от дневной поверхности до границы Мохо; H_L – общая толщина литосферы до границы литосфера – литосферная мантия; H_0 – глубина расположения океанического дна; H_1 – глубинный уровень под Мохо (принимается на 1 км глубже самой границы Мохо).

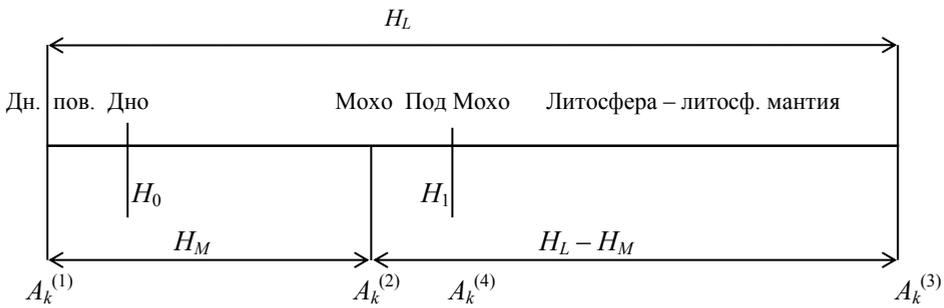


Рис. 1. Распределение коэффициентов $A_k^{(i)}$ по глубине

Тогда для определения величины коэффициента A_k в зависимости от глубины z будет, согласно рис. 1, справедлива следующая система соотношений:

$$\begin{cases} \text{если } z \leq H_M, \text{ то } A_k(z) = A_k^{(1)} + \frac{A_k^{(2)} - A_k^{(1)}}{H_M - H_0} \cdot (z - H_0); \\ \text{если } z > H_M, \text{ то } A_k(z) = A_k^{(4)} + \frac{A_k^{(3)} - A_k^{(4)}}{H_L - H_M - H_1} \cdot (z - H_M - H_1). \end{cases} \quad (16)$$

Таким образом, используя соотношения (16) для A_k , выражение (15) для энергии активации U_a , выражение (6) для прочностных параметров геологической среды, и, учитывая все вышесказанное для остальных параметров и переменных, в частности для температуры литосферы [12], представим окончательный вид математической модели, на основании которой выполнены расчеты вязкости η в зависимости от глубинного уровня z :

$$\eta(z) = A_k(z) \cdot \exp\left[\frac{T^{1,857}(z)}{10} \cdot \exp\left(\frac{2,5 \cdot \rho(z) \cdot g \cdot z}{\lambda(z) + 2/3 \cdot \mu(z)}\right)\right]. \quad (17)$$

Результаты моделирования

По формуле (17) выполнен расчет распределения вязкости литосферы для различных глубинных уровней в диапазоне глубин от 0 км до 80 км. Так, на рис. 2 представлено эквипотенциальное распределение вязкости в литосфере Земли на глубине 10 км.

Из рис. 2 хорошо видно, что области с пониженной вязкостью совпадают с зонами океанических глубинных тектонических разломов, вдоль которых на глубине 10 км часто происходят землетрясения.

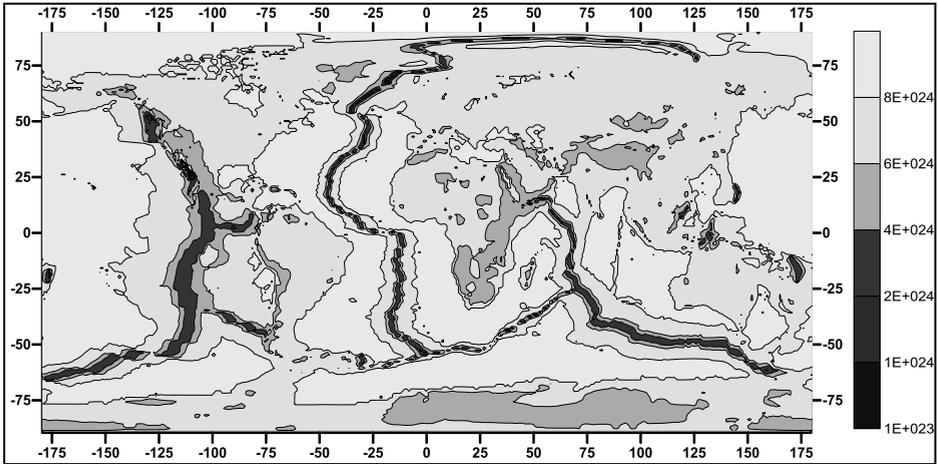


Рис. 2. Эквипотенциальное распределение вязкости (в Па·с) в литосфере Земли на глубине 10 км

Другие распределения вязкости наблюдаются на глубинах 33 км (рис. 3) и 80 км (рис. 4). Так, на глубинах в 33 км пониженные значения вязкости (рис. 3) становятся более контрастными, указывая на конкретные ареалы зарождения землетрясений на этой глубине. На самом деле, именно здесь произошло около 40% от всех землетрясений, зарегистрированных за все историческое время наблюдений [26; 30].

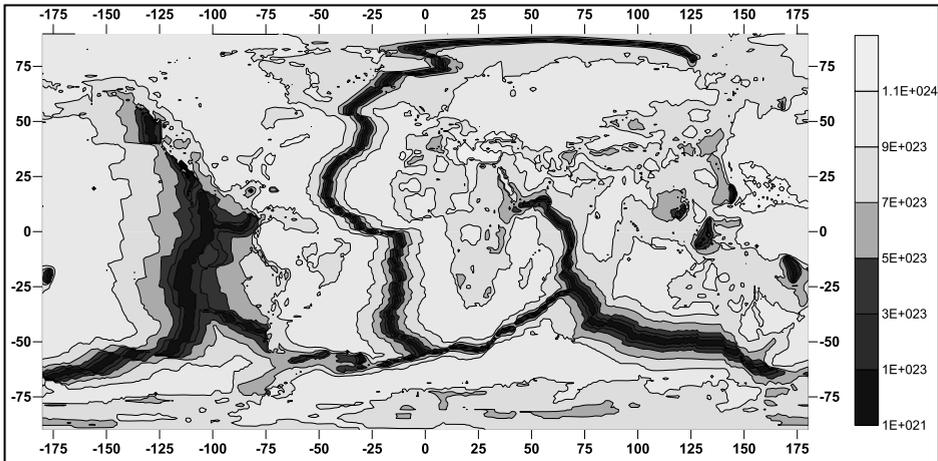


Рис. 3. Эквипотенциальное распределение вязкости (в Па·с) в литосфере Земли на глубине 33 км

На глубине порядка 80 км вариации значения вязкости уже не столь значительны, что обуславливается выравниванием температур для океанической и континентальной частей литосферы (рис. 4).

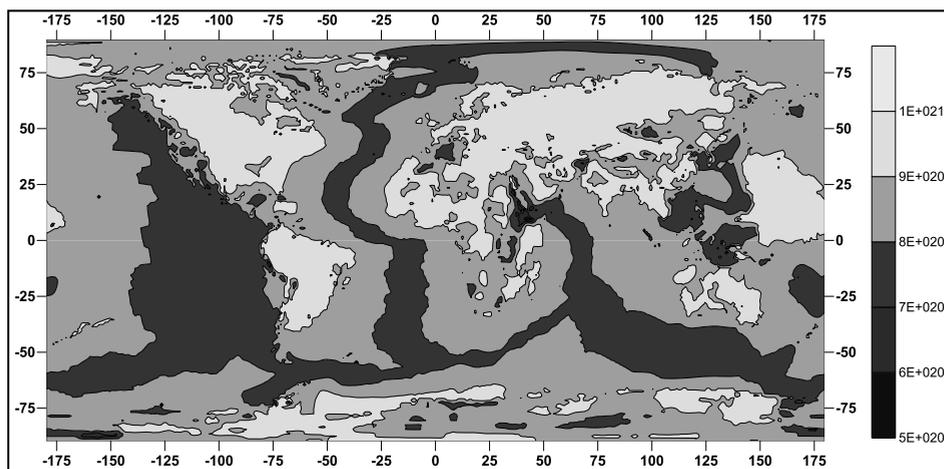


Рис. 4. Эквипотенциальное распределение вязкости (в Па·с) в литосфере Земли на глубине 80 км

Выводы

1. Вязкость геологической среды, определяемая сложной многофункциональной зависимостью от температуры, давления, прочностных, плотностных и других физико-химических свойств геологической среды, является параметром, весьма трудно оцениваемым в количественном отношении.

2. Математическая модель, численные методы и алгоритмы, описанные в статье, позволяют количественно оценить распределение вязкости на различных глубинных уровнях литосферы Земли. Это представляет собой новый научный результат и значимый вклад в решение проблемы численных оценок характеристик современных литосферных геодинамических процессов. Информация о распределении вязкости служит необходимыми входными данными для расчета геодинамических деформаций, особенно сдвиговых, позволяя учитывать в них упругую и вязкую составляющие напряжений, тем самым приближая расчетные значения напряжений к их значениям в условиях реальной геологической среды, давая возможность для более точного прогнозирования динамики современных геодинамических процессов и сейсмических рисков в литосфере [24; 25].

3. Расчетные распределения вязкости литосферы для различных глубинных уровней в диапазоне от 0 до 80 км с шагом в 1 км по глубине позволили выявить их территориальную связь с зонами землетрясений вблизи океанических глубинных тектонических разломов. В частности, на глубинах в 33 км в зонах пониженных значений вязкости произошло около 40% от всех землетрясений, зарегистрированных за все историческое время наблюдений.

Литература

1. Жарков В.Н. Вязкость недр Земли // Труды ИФЗ. – Вып. 1. – М. : ИФЗ, 1960. – С. 15–23.
2. Жарков В.Н. Об отсутствии сверхглубоких землетрясений и распределение вязкости и температуры в мантии Земли // ДАН СССР. – 1980. – Т. 252. – № 6. – С. 1350–1353.
3. Жарков В.Н., Трубицын В.П. Физика планетных недр. – М. : Наука, 1980. – 448 с.

4. *Ершов А.В.* Реология литосферы. В: Геоисторический и геодинамический анализ осадочных бассейнов. – М. : МПР РФ, 1999. – С. 267–299.
5. *Ильюшин А.А.* Труды. Том 3. Теория термовязкоупругости. – М. : Физматлит, 2007. – 288 с.
6. *Кристенсен Р.* Введение в теорию вязкоупругости. – М. : Мир, 1974. – 228 с.
7. *Кузьмин Ю.О., Жуков В.С.* Современная геодинамика и вариации физических свойств горных пород. – М. : Горная книга, 2012. – 264 с.
8. *Трубицын В.П.* Тектоника плавающих континентов // Вестник РАН. – 2005. – № 1. – С. 10–21.
9. *Жарков В.Н.* Внутреннее строение Земли и планет. – М. : Наука, 1983. – 416 с.
10. *Магницкий В.А.* Внутреннее строение и физика Земли. – М. : Недра, 1965. – 380 с.
11. *Магницкий В.А., Соллогуб В.Б., Грачев А.Ф.* Литосфера Центральной и Восточной Европы. Геодинамика. – Киев : Наукова Думка, 1988. – 140 с.
12. *Грачев Д.С., Минаев В.А., Топольский Н.Г., Фаддеев А.О., Симаков В.В.* Методы оценки температурного поля литосферы Земли как источника геодинамических угроз для зон шельфовой нефтедобычи // Интернет-журнал «Технологии техносферной безопасности». – 2017. – Выпуск № 3 (73) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://agps-2006.narod.ru/ttb/2017-3/35-03-17.ttb.pdf> (дата обращения: 01.02.2018).
13. *Минаев В.А., Фаддеев А.О., Грачев Д.С., Невдах Т.М.* Моделирование термического режима континентальной литосферы Земли как фактора геодинамических рисков // Материалы Двадцать шестой Международной научно-технической конференции «Системы безопасности – 2017» / под общ. ред. д-ра тех. наук, профессора Н.Г. Топольского. – М. : Академия ГПС МЧС РФ, 2017. – С. 30–33.
14. *Минаев В.А., Фаддеев А.О., Грачев Д.С., Невдах Т.М.* Оценка температурного поля океанической литосферы Земли как источника геодинамических угроз // Материалы Двадцать шестой Международной научно-технической конференции «Системы безопасности – 2017» / под общ. ред. д-ра тех. наук, профессора Н.Г. Топольского. – М. : Академия ГПС МЧС РФ, 2017. – С. 34–35.
15. *Минаев В.А., Фаддеев А.О.* Оценки геологических рисков. Моделирование безопасности туристско-рекреационных территорий. – М. : Финансы и статистика, Изд. дом ИНФРА-М, 2009. – 370 с.
16. *Стромберг А.Г., Семченко Д.П.* Физическая химия. – М. : Высшая школа, 2009. – 528 с.
17. Физическая химия / под ред. К.С. Краснова. – М. : Высшая школа, 1982. – 685 с.
18. *Лобковский Л.И., Никишин А.М., Хаин В.Е.* Современные проблемы геотектоники и геодинамики. – М. : Научный мир, 2004. – 612 с.
19. *Хаин В.Е., Ломизе М.Г.* Геотектоника с основами геодинамики. – М. : Московский государственный университет, 2005. – 560 с.
20. *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач / Ф.П. Васильев. – М. : Наука, 1988. – 552 с.
21. *Измаилов А.Ф., Солодов М.В.* Численные методы оптимизации. – М. : Физматлит, 2005. – 304 с.
22. Оперативный сейсмологический каталог Геофизической службы РАН, Обнинск // Мировой Центр Данных по физике твердой Земли, Москва [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.wdcb.ru/> (дата обращения: 01.02.2018).
23. Сейсмологические каталоги Геофизической службы РАН, Обнинск // Мировой Центр Данных по физике твердой Земли, Москва [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.wdcb.ru/ (дата обращения: 01.02.2018).
24. *Минаев В.А., Фаддеев А.О., Абрамова А.В., Павлова С.А.* Математическое моделирование сейсмических рисков // Спецтехника и связь. – 2013. – № 5. – С. 58–63.

25. *Минаев В.А., Фаддеев А.О.* Методика оценки геоэкологического риска и геоэкологической безопасности ландшафтно-территориальных комплексов // Сборник трудов Семнадцатой научно-технической конференции «Системы безопасности – 2008». 30 октября 2008. – М. : Академия ГПС МЧС России, 2008. – С. 96–102.

26. *Stasey, F.D.* Thermal model of the Earth. *Phys // Earth Planet. Inter.*, 1977. – Pp. 341–348.

27. *Stasey, F.D., Loper, D.E.* Thermal history of the core and mantle. *Phys // Earth Planet. Inter.*, 1984. – Pp. 99–115.

References

1. *Zharkov, V.N.* Vyazkost' neдр Zemli // *Trudy IFZ.* – Vyp. 1. – М. : IFZ, 1960. – S. 15–23.

2. *Zharkov, V.N.* Ob otsutstvii sverkhglubokikh zemletryaseniy i raspredelenie vyazkosti i temperatury v mantii Zemli // *DAN SSSR.* – 1980. – Т. 252. – № 6. – S. 1350–1353.

3. *Zharkov V.N., Trubitsyn, V.P.* Fizika planetnykh neдр. – М. : Nauka, 1980. – 448 s.

4. *Ershov, A.V.* Reologiya litosfery. V: *Geoistoricheskiy i geodinamicheskiy analiz osadochnykh basseynov.* – М. : MPR RF, 1999. – S. 267–299.

5. *Il'yushin A.A.* *Trudy. Tom 3. Teoriya termovyazkouprugosti.* – М. : Fizmatlit, 2007. – 288 s.

6. *Kristensen, R.* Vvedenie v teoriyu vyazkouprugosti. – М. : Mir, 1974. – 228 s.

7. *Kuz'min, Yu.O., Zhukov, V.S.* Sovremennaya geodinamika i variatsii fizicheskikh svoystv gornykh porod. – М. : Gornaya kniga, 2012. – 264 s.

8. *Trubitsyn, V.P.* Tektonika plavayushchikh kontinentov // *Vestnik RAN.* – 2005. – № 1. – S. 10–21.

9. *Zharkov, V.N.* Vnutrennee stroenie Zemli i planet. – М. : Nauka, 1983. – 416 s.

10. *Magnitskiy, V.A.* Vnutrennee stroenie i fizika Zemli. – М. : Nedra, 1965. – 380 s.

11. *Magnitskiy, V.A., Sollogub, V.B., Grachev, A.F.* Litosfera Tsentral'noy i Vostochnoy Evropy. Geodinamika. – Kiev : Naukova Dumka, 1988. – 140 s.

12. *Grachev, D.S., Minaev, V.A., Topol'skiy, N.G., Faddeev, A.O., Simakov, V.V.* Metody otsenki temperaturnogo polya litosfery Zemli kak istochnika geodinamicheskikh ugroz dlya zon shel'fovoy neftedobychi // *Internet-zhurnal "Tekhnologii tekhnosfernoy bezopasnosti"*. – 2017. – Vypusk № 3 (73) [Elektronnyy resurs]. – Rezhim dostupa: <http://agps-2006.narod.ru/ttb/2017-3/35-03-17.ttb.pdf> (data obrashcheniya: 01.02.2018).

13. *Minaev, V.A., Faddeev, A.O., Grachev, D.S., Nevdakh, T.M.* Modelirovanie termicheskogo rezhima kontinental'noy litosfery Zemli kak faktora geodinamicheskikh riskov // *Materialy Dvadsat' shestoy Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Sistemy bezopasnosti – 2017"* / pod obshch. red. d-ra tekhn. nauk, professora N.G. Topol'skogo. – М. : Akademiya GPS MCHS RF, 2017. – S. 30–33.

14. *Minaev, V.A., Faddeev, A.O., Grachev, D.S., Nevdakh, T.M.* Otsenka temperaturnogo polya okeanicheskoy litosfery Zemli kak istochnika geodinamicheskikh ugroz // *Materialy Dvadsat' shestoy Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Sistemy bezopasnosti – 2017"* / pod obshch. red. d-ra tekhn. nauk, professora N.G. Topol'skogo. – М. : Akademiya GPS MCHS RF, 2017. – S. 34–35.

15. *Minaev, V.A., Faddeev, A.O.* Otsenki geoekologicheskikh riskov. Modelirovanie bezopasnosti turistsko-rekreatsionnykh territoriy. – М. : Finansy i statistika, Izd. dom IN-FRA-M, 2009. – 370 s.

16. *Stromberg, A.G., Semchenko, D.P.* Fizicheskaya khimiya. – М. : Vysshaya shkola, 2009. – 528 s.

17. *Fizicheskaya khimiya* / pod red. K.S. Krasnova. – М. : Vysshaya shkola, 1982. – 685 s.

18. *Lobkovskiy, L.I., Nikishin, A.M., Khain, V.E.* Sovremennye problemy geotektoniki i geodinamiki. – М. : Nauchnyy mir, 2004. – 612 s.

19. *Khain, V.E., Lomize, M.G.* Geotektonika s osnovami geodinamiki. – М. : Moskovskiy gosudarstvennyy universitet, 2005. – 560 s.

20. *Vasil'ev, F.P.* Chislennyye metody resheniya ekstremal'nykh zadach / F.P. Vasil'ev. – М. : Nauka, 1988. – 552 s.

21. *Izmailov, A.F., Solodov, M.V.* Chislennyye metody optimizatsii. – М. : Fizmatlit, 2005. – 304 s.

22. Operativnyy seysmologicheskiy katalog Geofizicheskoy sluzhby RAN, Obninsk // Mirovoy Tsentr Danykh po fizike tverdoy Zemli, Moskva [Elektronnyy resurs]. – Rezhim dostupa: <http://www.wdcb.ru/> (data obrashcheniya: 01.02.2018).

23. Seysmologicheskie katalogi Geofizicheskoy sluzhby RAN, Obninsk // Mirovoy Tsentr Danykh po fizike tverdoy Zemli, Moskva [Elektronnyy resurs]. – Rezhim dostupa: www.wdcb.ru/ (data obrashcheniya: 01.02.2018).

24. *Minaev, V.A., Faddeev, A.O., Abramova, A.V., Pavlova, S.A.* Matematicheskoe modelirovaniye seysmicheskikh riskov // Spetsstekhnika i svyaz'. – 2013. – № 5. – S. 58–63.

25. *Minaev, V.A., Faddeev, A.O.* Metodika otsenki geoekologicheskogo riska i geoekologicheskoy bezopasnosti landshaftno-territorial'nykh kompleksov // Sbornik trudov Semnadtsatoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Sistemy bezopasnosti – 2008". 30 oktyabrya 2008. – М. : Akademiya GPS MCHS Rossii, 2008. – S. 96–102.

26. *Stasey, F.D.* Thermal model of the Earth. Phys // Earth Planet. Inter., 1977. – Pp. 341–348.

27. *Stasey, F.D., Loper, D.E.* Thermal history of the core and mantle. Phys // Earth Planet. Inter., 1984. – Pp. 99–115.