

С.А. Ишанов, Н.М. Кащенко, Е.В. Зубков, Л.В. Зинин, С.А. Дёмин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ
ИОНОСФЕРНО-ПЛАЗМОСФЕРНОГО ОБМЕНА
В СПОКОЙНЫХ И ВОЗМУЩЕННЫХ УСЛОВИЯХ¹

Аннотация. На основе нестационарной гидродинамической модели ионосферы и плазмосферы, основанной на представлении о глобальной динамике ионосферной плазмы в результате комплексного действия процессов химической кинетики, амбиполярной диффузии плазмы вдоль геомагнитных силовых линий, теплопереноса с учетом обмена энергией между нейтральными и заряженными компонентами, взаимодействия плазмы с нейтральным ветром, исследованы вариации макроскопических параметров – скоростей, температур и концентраций – тепловой плазмы в различных гелиогеофизических условиях. Характерными свойствами околоземной космической плазмы являются: многокомпонентность, анизотропность, нелинейность, сильное изменение физических характеристик по пространственным переменным, большие временные и пространственные масштабы рассматриваемых явлений. Для решения модельных уравнений непрерывности, движения и теплового баланса предложены вычислительные методы.

Ключевые слова: ионосфера, плазмосфера, численное моделирование, вычислительный эксперимент, дипольное геомагнитное поле, техногенные возмущения.

S.A. Ishanov, N.M. Kashchenko, E.V. Zubkov, L.V. Zinin, S.A. Dyomin

NUMERICAL MODELING OF THE DYNAMICS OF IONOSPHERIC-
PLASMOSPHERIC EXCHANGE IN CALM AND DISTURBED CONDITIONS

Abstract. Based on a non-stationary hydrodynamic model of the ionosphere and plasmasphere, founded on the concept of the global dynamics of the ionospheric plasma as a result of the complex action of chemical kinetic processes, ambipolar plasma diffusion of directed geomagnetic force waves, heat transfer, taking into account the dependence between neutral and charged components, and the interaction of plasma with a neutral wind, variations macroscopic parameters (velocity, temperature and concentrations) of plasma interaction in various heliogeophysical conditions. Characteristics of the near-Earth space plasma are multicomponent, anisotropic, non-linear, a strong change in physical characteristics in terms of volume variables, large time and scale scales of the proposed objects. Computational methods are proposed for solving model constraints, motion and heat balance.

Keywords: ionosphere, plasmasphere, numerical simulation, computational experiment, dipole geomagnetic field, technogenic impacts.

Введение

Потребности теоретического описания процессов и явлений в околоземной космической плазме средствами математического моделирования возникают при решении прикладных задач в области радионавигации, радиосвязи, практической космонавтики, экологии, метеорологии.

Исследована динамика плазмы среднеширотной ионосферы и плазмосферы в спокойных и возмущенных условиях.

Ишанов Сергей Александрович

доктор физико-математических наук, профессор, профессор Института высоких технологий. Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград. Сфера научных интересов: математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Автор более 150 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: sishanov@kantiana.ru

Кащенко Николай Михайлович

доктор физико-математических наук, профессор, профессор Института высоких технологий. Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград. Сфера научных интересов: математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Автор более 130 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: nkashchenko@kantiana.ru

Зубков Евгений Вячеславович

старший преподаватель Института высоких технологий. Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград. Сфера научных интересов: математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Автор более 10 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: evgenyzubkov@mail.ru

Зинин Леонид Викторович

доктор физико-математических наук, профессор, профессор Института высоких технологий. Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград. Сфера научных интересов: математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Автор более 100 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: leonid.zinin@gmail.com

Дёмин Сергей Александрович

старший преподаватель Института высоких технологий. Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград. Сфера научных интересов: математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, методы и системы защиты информации, информационная безопасность. Автор 8 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: kaf_kmiis@mail.ru

Плазмосфера Земли – внутренняя тороидальная область магнитосферы, заполненная холодной ($0,5 \dots 1$ эВ) относительно плотной ($100 \dots 1000 \text{ см}^{-3}$) плазмой, состоящей из ионов водорода с небольшой добавкой ионов гелия ($\approx 10 \dots 20 \%$) и ионов кислорода ($\approx 5 \dots 10 \%$), которые захвачены геомагнитным полем.

Пространственные и временные вариации параметров ионосферной плазмы существенным образом определяются ее связью с вышележащей плазмосферой, с которой ионосфера обменивается потоками частиц и энергии [1; 5; 8].

Проведено исследование вариаций ионного состава среднеширотной ионосферы и плазмосферы в спокойных и возмущенных условиях с учетом широкого спектра гелиогеофизических факторов, ответственных за образование этих структур: геомагнитного поля дипольной геометрии, амбиполярной диффузии вдоль магнитных силовых линий, взаимодействия с горизонтальным термосферным ветром, сложного состава ионосфер-

ной плазмы, кинетики сверхтепловых электронов, электрического дрейфа, ионосферно-плазмосферного взаимодействия и химической кинетики.

Используемая в данной работе математическая модель системы «ионосфера – плазмосфера», основанная на системе уравнений магнитной гидродинамики, включает электроны и положительные ионы: $O^+, H^+, He^+, N^+, N_2^+, NO^+, O_2^+, H_2O^+, OH^+$, метастабильные $O_2(^1\Delta g), O(^1D), N(^2D)$ и малые компоненты с полным учетом их динамики, что позволяет корректно описывать околоземную плазму в интервале высот от нижней границы F-области до нескольких радиусов Земли в различных геофизических ситуациях.

Представлены полученные при численном моделировании среднеширотной ионосферы и плазмосферы результаты вычислительных экспериментов в естественных условиях и условиях техногенных воздействий.

Математическая модель и вычислительные методы

Полагаем, что макроскопическое движение плазмы происходит вдоль геомагнитного поля. Выбором дипольной системы координат сведем физическую задачу трехмерного движения плазмы к двумерной математической задаче в переменных s (координата вдоль силовой линии) и t (время).

Математическая модель основана на численном решении системы уравнений гидродинамики частично ионизированной плазмы для ионов и электронов. Система уравнений непрерывности, импульса и теплового баланса для заряженных компонентов может быть записана в следующем виде [5; 8]:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial (An_i v_i)}{\partial s} = Q_i - L_i, \tag{1}$$

$$n_i m_i \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial s} \right] + \frac{\partial p_i}{\partial s} = -n_i m_i g \sin I + n_i \sum_{j=1}^5 S_{ij} (v_j - v_i) + n_i R_i (v_{nx} \cos I - v_i) - \frac{n_i}{N_e} \frac{\partial p_e}{\partial s}, \tag{2}$$

$$\frac{3}{2} k n_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial T_i}{\partial s} \right) + \frac{p_i}{A} \frac{\partial (Av_i)}{\partial s} - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial s} \left(A \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial s} \right) = P_{ie} + P_{in} + P_{ij}, \tag{3}$$

$$\frac{3}{2} k N_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial T_e}{\partial s} \right) + \frac{p_e}{A} \frac{\partial (Au_e)}{\partial s} - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial s} \left(A \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial s} \right) = P_g + P_{ei} - P_{en}, \tag{4}$$

где индекс n в величинах v_{nx}, P_{in}, P_{en} связывает их с нейтральными частицами; индекс e в величинах $N_e, p_e, P_{ie}, T_e, u_e, \lambda_e, P_{ei}, P_{en}$ – с электронами; u_e – скорость электронов; n_i, m_i, v_i, T_i – концентрация, масса, скорость и температура ионов i -го сорта соответственно ($i=1 \Rightarrow O^+, i=2 \Rightarrow H^+, i=3 \Rightarrow O_2^+, i=4 \Rightarrow NO^+, i=5 \Rightarrow N_2^+$); s – координата вдоль геомагнитной силовой линии, положительная в направлении от Северного полюса к Южному; A – расходимость силовых линий магнитного поля; I – магнитное наклонение; g – ускорение силы тяжести; v_{nx} – меридиональный компонент скорости нейтрального ветра; L_i, Q_i – коэффициент рекомбинации и функция ионизации ионов сорта i ; N_e – электронная концентрация; p_i – давление ионного газа, состоящего из частиц i -го сорта;

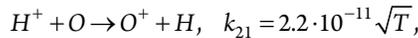
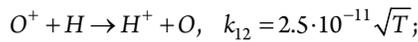
p_e – давление электронного газа; T_e – электронная температура; λ_e, λ_i – коэффициенты теплопроводности электронного и ионного газов соответственно; k – постоянная Больцмана; R_i – коэффициент силы трения между ионами i -го сорта и нейтральными частицами; S_{ij} – коэффициенты силы трения между ионами i -го и j -го сортов; P_g – скорость нагрева тепловых электронов сверхтепловыми фотоэлектронами; P_{ei} – скорость теплообмена электронов с ионами; P_{ie} – скорость теплообмена i -го иона с электронами; P_{ij} – скорость теплообмена i -го иона с ионами j -го сорта; P_{in} – скорость теплообмена i -го иона с нейтралами; P_{en} – скорость охлаждения электронов на нейтральных частицах.

Положим справедливым условие квазинейтральности плазмы

$$u_e = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^9 n_i v_i.$$

Химические реакции, определяющие кинетику ионов, а также образующихся в результате их взаимодействия с нейтральными компонентами молекулярных ионов, представлены в [2; 5; 6; 9].

Реакции резонансной перезарядки, влияющие на существование плазмосферы Земли, имеют следующие коэффициенты [13]:



где T – эффективная температура.

Члены $P_{ei}, P_{in}, P_{ie}, P_{en}, P_{ij}$, входящие в уравнения теплового баланса (3), (4), которые учитывают упругие и неупругие процессы обмена энергией между заряженными частицами и нейтральными составляющими, взяты из [2]. Учет взаимодействия плазмы с горизонтальным термосферным ветром на ионосферных высотах проводится так же, как в [5]. Для расчета P_g согласно [4] решалось кинетическое уравнение для сверхтепловых электронов. Нестационарные уравнения фотохимического равновесия для молекулярных ионов O_2^+, NO^+, N_2^+ записываются в виде

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = Q_i - \alpha_i n_i, \quad i = 3, 4, 5. \quad (5)$$

Численное решение системы уравнений модели осуществлялось вдоль геомагнитной силовой линии с применением метода конечных разностей. Линеаризация разностных уравнений проводилась с использованием значений неизвестных функций, взятых с предыдущего временного слоя, с последующими итерациями по нелинейности и связанности уравнений. При решении системы уравнений (1), (2) использован подход, приведенный в [3; 7; 11]. Сначала запишем уравнение (2) в дивергентной форме [5]:

$$\frac{\partial n_i v_i}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial A n_i v_i^2}{\partial s} + \frac{\partial p_i}{\partial s} = F_i. \quad (6)$$

Здесь F_i учитывает действие внешних сил:

$$F_i = n_i \gamma_i + v_i (Q_i - \alpha_i n_i),$$

$$\gamma_i = -g \sin I + \frac{S_{ij}}{m_i} (v_j - v_i) + \frac{R_i}{m_i} (v_{nx} \cos I - v_i) - \frac{1}{m_i N_e} \frac{\partial p_e}{\partial s}.$$

Используя метод суммарной аппроксимации [7; 11], можно разделить исходную систему уравнений на последовательно решаемую систему уравнений переноса

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial A n_i v_i}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial n_i v_i}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial A n_i v_i^2}{\partial s} + \frac{\partial p_i}{\partial s} = 0 \quad (7)$$

и систему обыкновенных дифференциальных уравнений, учитывающих элементарные процессы (фотохимию и столкновения)

$$\frac{dn_i}{dt} + \alpha_i n_i = Q_i; \quad \frac{dv_i}{dt} + \beta_i v_i = f_i, \quad (8)$$

где β_i и f_i учитывают силы взаимодействия (сила тяжести, электрическая сила, силы трения ион – ион, ион – нейтрал):

$$\beta_i = \frac{S_{ij}}{m_i} + \frac{R_i}{m_i}; \quad f_i = \gamma_i + \beta_i v_i.$$

Решение уравнений (8) дается формулами

$$\hat{n}_i = n_i e^{-\tau \alpha_i} + \frac{Q_i}{\alpha_i} (1 - e^{-\tau \alpha_i}); \quad \hat{v}_i = v_i e^{-\tau \beta_i} + \frac{f_i}{\beta_i} (1 - e^{-\tau \beta_i}),$$

где n_i, v_i – концентрация и скорость, полученные решением системы (7); \hat{n}_i, \hat{v}_i – результирующие значения концентрации и скорости, полученные за два шага: перенос + элементарные взаимодействия.

Для решения системы уравнений переноса (7) применялся алгоритм, основанный на явной консервативной схеме [3; 11].

Результаты численного моделирования

Для расчета пространственно-временных вариаций концентраций и температуры нейтральных компонентов O, H, N, N_2, O_2, He используется модель MSIS [12].

Пространственно-временное распределение нейтральных компонентов H_2O, H рассчитывалось так же, как в работе [6]. В некоторый момент времени включается инжектируемый компонент H_2O , который учитывается при решении уравнения диффузии для атомарного водорода как дополнительный химический источник.

В качестве модельной задачи был выбран расчет суточных вариаций ключевых параметров ионосферы для геомагнитной трубки с параметром Макилвейна $L=2$ (наибольшая высота над поверхностью Земли 6356 км) для средней геомагнитной солнечной активности (индексы $K_p=3, F_{10.7}=150$) и начала года в Южном (лето) и в Северном (зима) полушариях, а также для равноденствия.

Рассмотрим суточные вариации структурных параметров максимума слоя $F2$.

На Рисунке 1 показан суточный ход $h_m F2, N_m F2$ в Северном полушарии при инжекции H_2O для зимних условий (начало воздействия $LT=12$ ч), начало возмущения ионосферы Южного полушария $LT=12,13$ ч.

Значения $N_m F2$ для локального несопряженного выброса в Северном полушарии в сравнении с фоном уменьшились на 30 % (интервал времени 0...6 ч), а для разнесенных по пространству и времени воздействий – примерно в 2 раза.

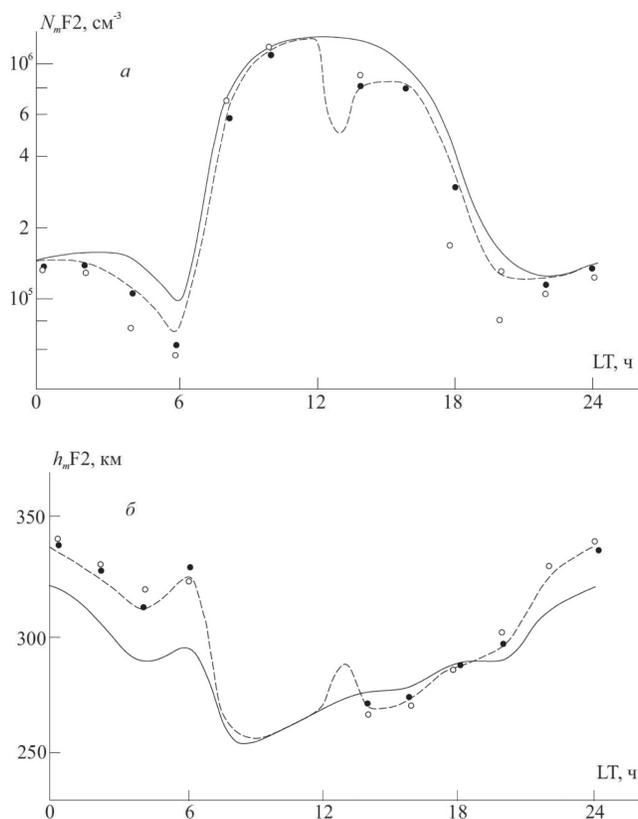


Рисунок 1. Суточные вариации $N_m F2$ (а), $h_m F2$ (б) в Северном полушарии. Сплошные линии – профили, соответствующие невозмущенным условиям, штриховые – локальное несопряженное воздействие с 12.00 LT; темные точки – техногенное возмущение в Северном и Южном полушариях (12.00 LT), светлые – воздействие в Северном (12.00 LT) и Южном (13.00 LT) полушариях

Для Южного полушария наблюдается подобное поведение структурных параметров $N_m F2, h_m F2$. Это можно объяснить тем, что в случае сопряженных возмущений плазмосферы сильнее обедняется, и в ночное время это обеднение проявляется наиболее заметно.

Соответствующие этому модельному сценарию плазменные потоки заметно меняют свою величину (см. Рисунки 2, 3).

Спустя 3 часа в Южном полушарии ионный поток, направленный в Северное полушарие (см. Рисунок 2) в случае сопряженных возмущений (в Южном полушарии 13.00 LT, в Северном полушарии 12.00 LT) меняет свою величину в 5...6 раз по сравнению с локальным возмущением только в одном полушарии.

Для возмущений, отличающихся временным сдвигом, наблюдается заметное расхождение в потоках плазмы в сравнении с фоновым случаем (см. Рисунок 3).

Расчеты суточных вариаций $h_m F2, N_m F2$ для условий весеннего равноденствия при различных сценариях техногенного воздействия показывают, что ввиду известной симметрии заметного эффекта взаимодействия магнитосопряженных областей в этом случае получить не удастся.

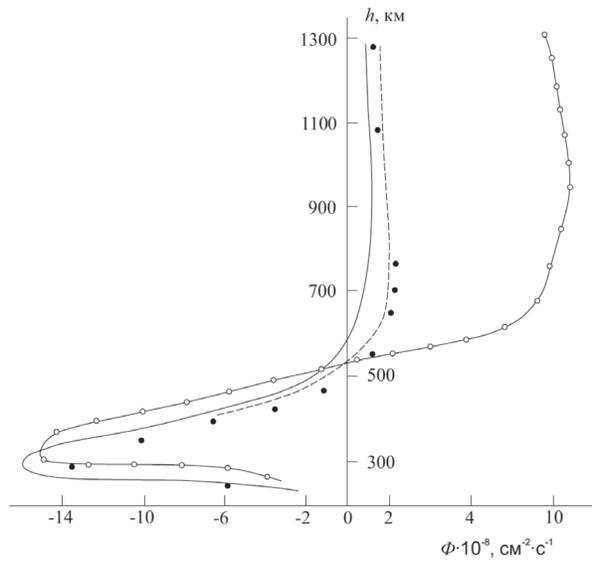


Рисунок 2. Высотные профили ионных потоков в Южном полушарии в 15.00 LT. Линия со светлыми точками соответствует сопряженным выбросам в Северном (12.00 LT) и Южном (13.00 LT) полушариях. Другие обозначение те же, что на Рисунке 1

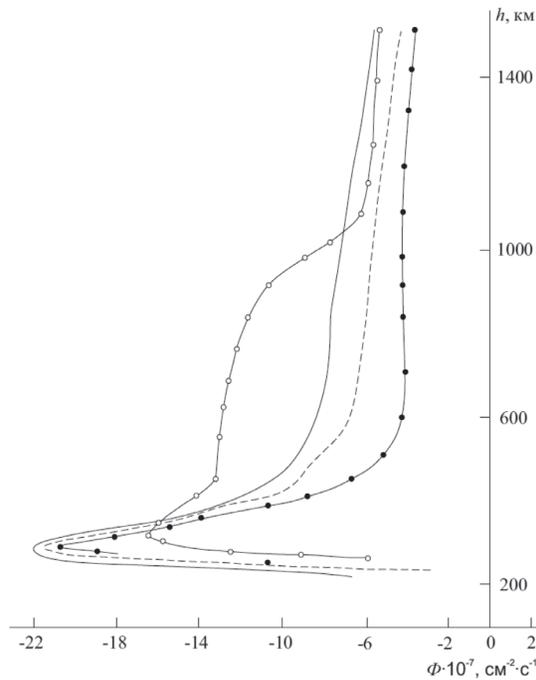


Рисунок 3. Высотные профили ионных потоков в Северном полушарии в 04.00 LT. Линия с темные точками – одновременные (12.00 LT) сопряженные выбросы. Другие обозначения те же, что на Рисунках 1 и 2

Анализируя характер пространственных вариаций полного потока плазмы, можно заключить, что, например, техногенное возмущение в Северном полушарии в полдень, а в Южном – в 13.00 ч приводит к увеличению примерно в 2,5 раза потока из Северного полушария в Южное ($LT = 15$ ч) по сравнению с несопряженным локальным возмущением.

Поведение концентрации электронов в максимуме и высоты максимума слоя $F2$ в случае аналогичного ночного воздействия приведено для двух полушарий на Рисунках 4, 5.

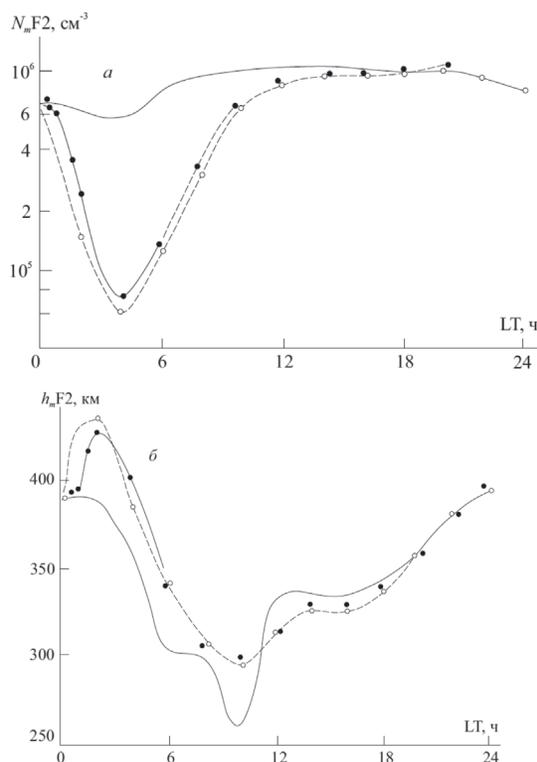


Рисунок 4. Суточные вариации $N_m F2$ (а), $h_m F2$ (б) в Южном полушарии. Линии со светлыми точками – сопряженные техногенные воздействия в 00.00 LT, с темными – воздействие в Северном (00.00 LT) и Южном (01.00 LT) полушариях; сплошные линии – в невозмущенных условиях

В случае одновременного возмущения магнитосопряженных ионосфер в полночь величина $N_m F2$ отличается от соответствующей величины для несопряженного воздействия в 1,5 раза на интервале $LT = 4 \dots 6$.

Для случая техногенного воздействия на ионосферу Южного полушария со сдвигом на 1 ч 01.00 LT ввиду известной инерционности плазмосферы этот эффект меньше.

Необходимо отметить, что при околополуночных воздействиях увеличивается существенно электронная температура: несопряженное возмущение по отношению к фону повышает температуру ионосферной плазмы в среднем на 500 К, а сопряженные инъекции H_2O – на 1300 К.

Ионосферно-плазмосферный обмен при разнесенных по пространству и времени техногенных возмущениях проявляется в заметных изменениях потоков плазмы из сопря-

женных областей и долговременных изменениях электронных концентраций в области главного ионосферного максимума.

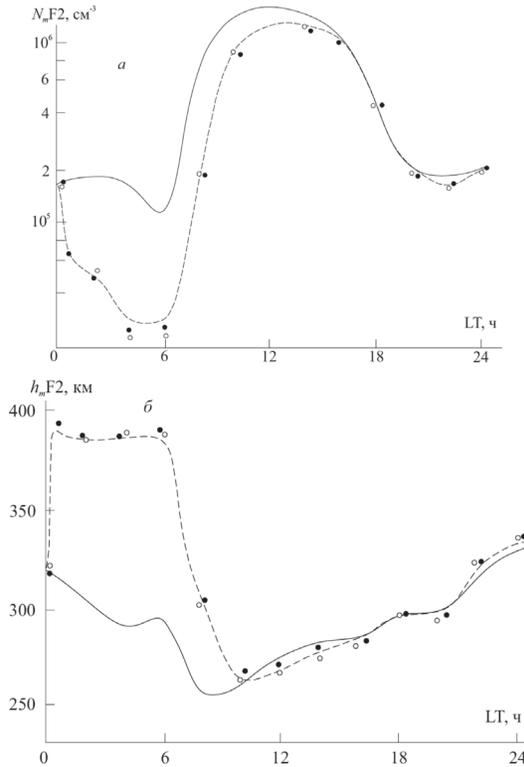


Рисунок 5. Суточные вариации $N_m F2$ (а), $h_m F2$ (б) в Северном полушарии. Сплошные кривые – невозмущенные условия, штриховые – «локальное» несопряженное воздействие с 00.00 LT; светлые точки – одновременное (00.00 LT) антропогенное возмущение в сопряженных ионосферах, темные – воздействие в Северном (00.00 LT) и Южном (01.00 LT) полушариях

Заключение

На основе гидродинамической усовершенствованной модели динамики тепловой плазмы в геомагнитных силовых трубках исследованы процессы переноса плазмы и энергии в ионосфере и плазмосфере Земли в различных геофизических условиях.

Численное исследование показало, что корректная постановка задачи моделирования физико-химических процессов в околоземной космической плазме формулируется для полной системы уравнений движения и непрерывности гиперболического типа.

В результате численного моделирования получены и проанализированы пространственно-временные распределения макроскопических параметров ионосферно-плазмосферной плазмы в спокойных и возмущенных условиях.

Показано, что динамика ионосферно-плазмосферного взаимодействия при техногенных возмущениях сопряженных ионосфер проявляется в заметном увеличении плазменной температуры, существенных изменениях структуры F области и ионных потоков из магнитосопряженных областей.

Литература

1. Биттенкорт Ж.А. Основы физики плазмы. М.: Физматлит, 2009. 584 с.
2. Брюнелли Б.Е., Намгаладзе А.А. Физика ионосферы. М.: Наука, 1988. 528 с.
3. Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н. Об одном вычислительном алгоритме для расчета газодинамических течений // ДАН СССР. 1984. Т. 279, № 1. С. 80–83.
4. Кринберг Н.А., Таццилин А.В. Ионосфера и плазмосфера. М.: Наука, 1984. 189 с.
5. Латышев К.С., Зинин Л.В., Ишанов С.А. Математическое моделирование околоземной космической плазмы // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. 2008, Т. 7-1, ч. 3. С. 337–349.
6. Магнитосферно-ионосферные изменения, вызванные полетами космических аппаратов / С.А. Ишанов, Е.И. Леванов, В.В. Медведев, В.А. Залеская // Инженерно-физический журнал. 2006. Т. 79, № 6. С. 11–15.
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 656 с.
8. Современные достижения в плазменной гелиогеофизике / под ред. Л.М. Зеленого, А.А. Петруковича, И.С. Веселовского. М.: Физматлит, 2019. 688 с.
9. Стуницкий Е.Л., Холодов А.С. Физические исследования и математическое моделирование крупномасштабных геофизических экспериментов: монография. Долгопрудный: Интеллект, 2018. 797 с.
10. Таццилин А.В., Романова Е.Б. Моделирование свойств плазмосферы при спокойных и возмущенных условиях // Геомагнетизм и аэрономия. 2014. Т. 54, № 1. С. 13–22.
11. Chetverushkin B., D'Ascenzo N., Ishanov S., Saveliev V. (2015) Hyperbolic type explicit kinetic scheme of magneto gas dynamics for high performance computing systems. Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modeling, 30(1), pp. 27–36.
12. Hedin A.E. (1987) Thermospheric model. J. Geophys. Res., vol. 92, No. A5, pp. 4649–4662.
13. Richards P.G. (2011) Reexamination of ionospheric photochemistry. J. Geophys. Res., vol. 116, iss. A8, A08307.

References

1. Bittenkort J.A. (2009) *Osnovy fiziki plazmy* [Fundamentals of Plasma Physics]. Moscow, Fizmatlit Publishing, 564 p. (in Russian).
2. Bryunelli B.E., Namgaladze A.A. (1988) *Fizika ionosfery* [Physics of the ionosphere]. Moscow, Nauka Publishing, 528 p. (in Russian).
3. Elizarova T.G., Chetverushkin B.N. (1984) *Ob odnom vychislitel'nom algoritme dlya rascheta gazodinamicheskikh techenij* [A computational algorithm for the calculation of gas-dynamic flows]. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 279:1, pp. 80–83 (in Russian).
4. Krinberg N.A., Tashchilin A.V. (1984) *Ionosfera i plazmosfera* [Ionosphere and plasmasphere]. Moscow, Nauka Publishing, 189 p. (in Russian).
5. Latyshev K.S., Zinin L.V., Ishanov S.A. (2008) *Matematicheskoe modelirovanie okolozemnoj kosmicheskoy plazmy* [Mathematical modeling of near-Earth space plasma]. Jenciklopedija nizkotemperaturnoj plazmy, vol. 7-1, No. 3, pp. 337–349 (in Russian).
6. Ishanov S.A., Levanov E.I., Medvedev V.V., Zaleskaya V.A. (2006) *Maginitosferno-ionosfernyye izmeneniya, vyzvannye poletami kosmicheskikh apparatov* [Magnetosphere-ionospheric changes caused by spacecraft flights]. Inzhenerno-fizicheskij zhurnal, vol. 79, No. 6, pp. 11–15 (in Russian).
7. Samarskij A.A. (1983) *Teoriya raznostnyh skhem* [Theory of difference schemes]. Moscow, Nauka Publishing, 656 p. (in Russian).

8. Zelenyj L.M., Petrukovich A.A., Veselovskij I.S. (eds.) (2019) *Sovremennye dostizheniya v plazmennoj geliogeofizike* [Modern advances in plasma heliogeophysics]. Moscow, Fizmatlit Publishing, 688 p. (in Russian).
9. Stupickij E.L., Holodov A.S. (2018) *Fizicheskie issledovaniya i matematicheskoe modelirovanie krupnomasshtabnyh geofizicheskikh eksperimentov* [Physical Research and Mathematical Modeling of Large-Scale Geophysical Experiments]. Dolgoprudnyj, Intellect Publishing, 797 p. (in Russian).
10. Tashchilin A.V., Romanova E.B. (2014) *Modelirovanie svojstv plazmosfery pri spokojnyh i vozmushchennyh usloviyah* [Modeling of properties of the plasmasphere under quiet and disturbed conditions]. *Geomagnetizm i ajeronomija*, vol. 54, No. 1, pp. 13–22 (in Russian).
11. Chetverushkin B., D'Ascenzo N., Ishanov S., Saveliev V. (2015) Hyperbolic type explicit kinetic scheme of magneto gas dynamics for high performance computing systems. *Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modeling*, 30(1), pp. 27–36.
12. Hedin A.E. (1987) Thermospheric model. *J. Geophys. Res.*, vol. 92, No. A5, pp. 4649–4662.
13. Richards P.G. (2011) Reexamination of ionospheric photochemistry. *J. Geophys. Res.*, vol. 116, iss. A8, A08307.