

В.Г. Терехов, И.В. Захаров

ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ
СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТКАЗОВ
В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Предложено однопараметрическое распределение непрерывной случайной величины, которое может найти применение при моделировании отказов в технических системах с учетом неопределенности исходных данных.

Ключевые слова: моделирование отказов, непрерывная случайная величина, биномиальное распределение.

V.G. Terekhov, I.V. Zakharov

ONE-PARAMETER DISTRIBUTION OF A CONTINUOUS
RANDOM VARIABLE FOR MODELING FAILURES
IN TECHNICAL SYSTEMS

A one-parameter distribution of a continuous random variable is proposed, which can be used in the simulation of failures in technical systems, taking into account the uncertainty of the initial data.

Keywords: failure simulation, continuous random variable, binomial distribution.

Введение

При моделировании сложных технических систем в ряде случаев возникают ситуации, в которых известные законы распределения случайных величин проявляют значительные ограничения [1; 2]. Пусть, например, необходимо определить долю отказавших объектов, находящихся на испытаниях [3; 4]. Если известны число объектов и вероятность отказов, то использование биномиального распределения легко решает указанный вопрос [5; 6]. Однако зачастую использование двухпараметрического распределения при решении прикладных задач, связанных с неопределенностью исходных данных, представляется весьма неудобным.

Сущность подхода

Представим, что на испытании находится совокупность некоторого числа N идентичных объектов (в общем случае N не определено). Случайная величина $\hat{\eta}$ определяется долей оставшихся исправными объектов и лежит, таким образом, в интервале от 0 до 1. При этом вероятность p отказа отдельного объекта является, в свою очередь, не фиксированной в рамках испытания величиной, а случайной, что обусловлено необходимостью «разыгрывать» при моделировании неопределенность исходных данных о характере отказов [7; 8]. Для этого неопределенность вероятности p отказов будем учитывать следующим образом. При максимальной неопределенности она равномерно распределена от 0 до 1.

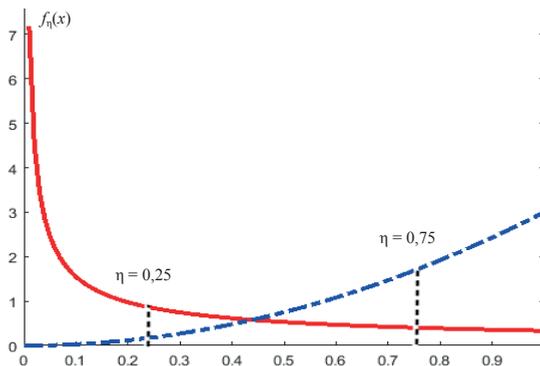
Терехов В.Г., Захаров И.В. Однопараметрическое распределение непрерывной...

При крайних значениях (0 или 1) параметра η искомого распределения оно должно вырождаться в соответствующий детерминизм случайной величины $\hat{\eta}$. В то же время математическое ожидание $M[\hat{\eta}]$ величины $\hat{\eta}$ должно иметь смысл ожидаемой вероятности отказа объекта $M[p]$, а при единственном объекте ($N = 1$) искомое распределение должно вырождаться в распределение Бернулли с параметром $p = \eta$ [1]. Поэтому биномиальное распределение не удовлетворяет данным требованиям, так как характеризуется «колоколообразной» плотностью распределения и при $N \rightarrow \infty$ очевидно ведет к детерминизму $\hat{\eta} \rightarrow p = \eta$, что не отражает смысл поставленной задачи. При этом оно двухпараметрическое, а неизвестны как число объектов, так и вероятность их отказов (известно лишь ее математическое ожидание $M[p] = \eta$).

Искомый закон распределения величины $\hat{\eta}$ построим следующим образом. Представим, что объекты отказывают последовательно, причем отказ одного объекта уменьшает вероятность отказов других исходя из того, что фактор, вызывающий отказ объекта, воздействует как на исправные объекты, так и на уже отказавшие. Поэтому из соображения пропорциональности вероятности p числу объектов, остающихся исправными, примем, что $\hat{\eta}$ определяется как дополнение до единицы функции показательного распределения некоторой случайной величины \hat{z} . Отсюда $\hat{\eta} = e^{-\hat{z}} = e^{A \ln \hat{\rho}} = \hat{\rho}^A$, где $\hat{\rho}$ – случайная величина, равномерно распределенная от 0 до 1. Параметр A положим таким, чтобы $M[\hat{\eta}] = \eta$. Тогда $\hat{\eta} = \hat{\rho}^{\frac{1-\eta}{\eta}}$, функция распределения выразится как $F_{\eta}(x) = x^{\frac{\eta}{1-\eta}}$, $x \in (0;1]$, а плотность распределения $f_{\eta}(x) = \frac{\eta}{1-\eta} x^{\frac{\eta}{1-\eta}-1}$, $x \in (0;1]$.

Пример

Удобство предложенного распределения состоит в том, что оно, являясь однопараметрическим, при $\eta = 0$ и $\eta = 1$ сводит величину $\hat{\eta}$ к детерминированной, а при $\eta = 0,5$ сводится к равномерному распределению. При этом отражен случайный характер степени воздействия фактора, вызывающего отказ некоторого количества объектов из их совокупности. Примеры графиков плотности распределения, соответствующие предложенному закону, показаны на рисунке. Изложенный подход использован на практике (см., например: [2]).



Примеры плотности распределения доли $\hat{\eta}$ исправных объектов

Выводы

В условиях неопределенности исходных данных для анализа результатов моделирования сложных систем предпочтительным является использование однопараметрических распределений. Предложенное распределение можно в известном смысле рассматривать как «непрерывный однопараметрический аналог» биномиального и использовать при решении прикладных задач [9; 10].

Литература

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 704 с.
2. Захаров И.В., Забузов В.С., Кузнецов В.В. Модель функционирования реконфигурируемой бортовой вычислительной системы космического аппарата в условиях ее структурно-параметрической деградации // Системы управления, связи и безопасности. 2018. № 4. С. 176–195.
3. Васильев А.С., Широбоков В.В. Планирование функционально-распределенных информационных процессов в перспективных орбитальных группировках микроспутников // Известия Тульского государственного университета. Серия: Технические науки. 2018. Вып. 10. С. 525–529.
4. Нечай А.А., Борисов А.А., Борисова Ю.И. Точечный анализ данных дистанционного зондирования земли средствами языка программирования Python // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». 2019. № 1. С. 49–55.
5. Шаймарданов А.М., Нечай А.А., Лепехин С.В. Математические модели систем автоматического управления с широтно-импульсной модуляцией // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». 2019. № 2. С. 27–39.
6. Нечай А.А., Копьев А.И. Метод управляемого распределения ресурсов между ядрами процессора // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». 2018. № 2. С. 101–107.
7. Свиначук А.А., Нечай А.А. Использование квантовых вычислений при выборе управленческого решения // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». 2018. № 2. С. 31–36.
8. Борисов А.А., Краснов С.А., Нечай А.А. Технология блокчейн и проблемы ее применения в различных информационных системах // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». 2018. № 2. С. 63–67.
9. Полончик О.Л., Артюшкин А.Б., Нечай А.А., Полончик Е.О. Радиолокационные системы дистанционного зондирования земли на базе спутников со стабилизацией вращением // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». 2017. № 1. С. 35–41.
10. Калинин С.В., Котиков П.Е., Нечай А.А. Решение репликационных проблем в базах данных для повышения устойчивости программного обеспечения автоматизированных систем // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». 2017. № 4. С. 18–21.

Literatura

1. Polovko A.M., Gurov S.V. Osnovy teorii nadezhnosti. SPb.: BKhV-Peterburg, 2006. 704 s.

Терехов В.Г., Захаров И.В. Однопараметрическое распределение непрерывной...

2. *Zakharov I.V., Zabuzov V.S., Kuznetsov V.V.* Model' funktsionirovaniya rekonfiguriruemoy bortovoj vychislitel'noj sistemy kosmicheskogo apparata v usloviyakh ee strukturno-parametricheskoy degradatsii // *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti*. 2018. № 4. S. 176–195.
3. *Vasil'ev A.S., Shirobokov V.V.* Planirovanie funktsional'no-raspredeleennykh informatsionnykh protsessov v perspektivnykh orbital'nykh gruppirovkakh mikrosputnikov // *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki*. 2018. Vyp. 10. S. 525–529.
4. *Nechaj A.A., Borisov A.A., Borisova Yu.I.* Tochechnyj analiz dannykh distantsionnogo zondirovaniya zemli sredstvami yazyka programmirovaniya Python // *Vestnik Rossijskogo novogo universiteta. Seriya "Slozhnye sistemy: modeli, analiz i upravlenie"*. 2019. № 1. S. 49–55.
5. *Shajmardanov A.M., Nechaj A.A., Lepekhin S.V.* Matematicheskie modeli sistem avtomaticheskogo upravleniya s shirotno-impul'snoj modulyatsiej // *Vestnik Rossijskogo novogo universiteta. Seriya "Slozhnye sistemy: modeli, analiz i upravlenie"*. 2019. № 2. S. 27–39.
6. *Nechaj A.A., Kop'ev A.I.* Metod upravlyaemogo raspredeleniya resursov mezhdru yadrami protsessora // *Vestnik Rossijskogo novogo universiteta. Seriya "Slozhnye sistemy: modeli, analiz i upravlenie"*. 2018. № 2. S. 101–107.
7. *Svinarchuk A.A., Nechaj A.A.* Ispol'zovanie kvantovykh vychislenij pri vybore upravlencheskogo resheniya // *Vestnik Rossijskogo novogo universiteta. Seriya "Slozhnye sistemy: modeli, analiz i upravlenie"*. 2018. № 2. S. 31–36.
8. *Borisov A.A., Krasnov S.A., Nechaj A.A.* Tekhnologiya blokchejn i problemy ee primeneniya v razlichnykh informatsionnykh sistemakh // *Vestnik Rossijskogo novogo universiteta. Seriya "Slozhnye sistemy: modeli, analiz i upravlenie"*. 2018. № 2. S. 63–67.
9. *Polonchik O.L., Artyushkin A.B., Nechaj A.A., Polonchik E.O.* Radiolokatsionnye sistemy distantsionnogo zondirovaniya zemli na baze sputnikov so stabilizatsiej vrashcheniem // *Vestnik Rossijskogo novogo universiteta. Seriya "Slozhnye sistemy: modeli, analiz i upravlenie"*. 2017. № 1. S. 35–41.
10. *Kalinichenko S.V., Kotikov P.E., Nechaj A.A.* Reshenie replikatsionnykh problem v bazakh dannykh dlya povysheniya ustojchivosti programmnoho obespecheniya avtomatizirovannykh sistem // *Vestnik Rossijskogo novogo universiteta. Seriya "Slozhnye sistemy: modeli, analiz i upravlenie"*. 2017. № 4. S. 18–21.