

**МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА
НАВЕДЕНИЯ АВИАЦИОННОЙ
ПРОТИВОКОРАБЕЛЬНОЙ РАКЕТЫ
В УСЛОВИЯХ ПЕРЕРЫВА ПОСТУПЛЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ****GUIDANCE PROCESS MODEL OF THE
ANTI-SHIP MISSILE IN THE CONDITIONS
OF THE INTERRUPTIONS OF INCOMING
INFORMATION**

В статье разработана математическая модель процесса наведения авиационной противокорабельной ракеты (АПКР), имеющей структуру с двумя возможными состояниями, которые определяются наличием или отсутствием информации о цели и включением в модель управления оптимального регулятора и оптимального фильтра, которые формируют закон управления. В связи с этим определяется работа фильтра либо в режиме фильтраций при поступлении информации, либо в режиме памяти при отсутствии информации о цели.

Ключевые слова: математическая модель, оптимальный регулятор, оптимальный фильтр, закон управления, помехи.

In this article was developed a mathematical model of guidance process of an anti-ship missile (ASM), having a structure with two possible states which are defined by existence or absence of information about target. For creation of optimum guidance of ASM, it is necessary to go by the way of simplifications of initial differential equations system describing functioning of dynamic object, which allow decreasing its order. Further, to define the equations of the optimum linear filter and an optimum regulator than include them in initial system then include them in guidance law. The optimal filter work in two operation modes: the first is filtration regime when the information is available and the second is memory mode when the incoming information about target is interrupted.

Keywords: mathematical model, optimum regulator, optimum filter, guidance law, noises.

Введение

Имеется класс систем управления, подверженных влиянию случайных возмущений и помех, управление которыми организуется на основе обработки некоторой информации, получаемой в процессе наведения. При наличии помех поток этой информации может прерываться,

¹ Кандидат технических наук, доцент, доцент 82 кафедры авиационного оружия и эффективности боевого применения ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж).

© Балаян С.Т., 2017.

² Адъюнкт 82 кафедры авиационного оружия и эффективности боевого применения ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж).

© Кебир М., 2017.

что делает дальнейшее управление невозможным. При перерывах в поступлении информации, необходимой для управления АПКР, система управления изменяет свою структуру, то есть происходит переход системы из управляемого состояния в неуправляемое. В связи с этим возникает задача оптимизации наведения, обеспечивающего функционирование объекта управления (т.е. АПКР) в условиях помех. Наиболее просто задача оптимизации в системах наведения с переменной структурой решается для линейных систем без ограничения на управление. Данная задача решена в [1; 2]. Однако определение оптимального наведения для динамических объектов управления, таких, как АПКР, описываемых системами дифференциальных уравнений высокого порядка, представляет достаточно

сложную задачу. Кроме того, техническая реализация такого управления трудноосуществима. Поэтому для создания оптимального наведения АПКР необходимо идти по пути упрощений исходной системы дифференциальных уравнений, описывающих функционирование динамического объекта, позволяющих снизить ее порядок. Далее, определить уравнения оптимального линейного фильтра и оптимального регулятора [1], чтобы в дальнейшем включить их в исходную систему.

1. Постановка задачи

Пусть объект управления описывается системой дифференциальных уравнений, приведенной к нормальной форме Коши, линеаризованных методом Тейлора относительно опорной траектории [3].

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -v\theta, \\ \dot{\theta} = A\alpha + \frac{A'}{v}W_n, \\ \dot{\alpha} = -\frac{c_\alpha}{c_\dot{\alpha}}\alpha - \frac{c_\delta}{c_\dot{\alpha}}\delta_\delta, \\ \delta_\delta = K_u(T_u\dot{u} + u) - (K_a v A' + K_r A)\alpha - K_r \dot{\alpha} - K_r \frac{A'}{v}W_n, \\ \dot{u} = -\frac{1}{T_0}u + c \frac{K_0}{T_0}(\Delta + \xi_\varphi), \quad \Delta = \varphi_{цв} - \varphi_p \\ \dot{\varphi}_{цв} = \frac{v}{D}(\varphi_{цв} - \theta); \quad \dot{\varphi}_p = u, \\ \dot{W}_n = -\frac{1}{T_\phi}W_n + \xi_w, \end{cases}$$

где $\eta(t)$ – линейное отклонение АПКР от опорной траектории, $\theta(t)$ – вариация угла наклона траектории, $\alpha(t)$ – угол атаки, $\delta_\delta(t)$ – угол от-

клонения руля, $u(t)$ – сигнал управления, $\Delta(t)$ – параметр управления, $\varphi_{цв}(t)$ – угол визирования цели, $\varphi_p(t)$ – угол отклонения координатора цели, $W_n(t)$ – случайная составляющая скорости ветра, $v(t)$ – скорость АПКР, $D(t)$ – дальность до цели; $K_u, T_u, K_a, K_r, K_0, T_0$ – коэффициенты системы управления, T_ϕ – постоянная времени формирующего фильтра; ξ_φ, ξ_w – нормальные белые гауссовы шумы, характеризующие ошибки системы управления и турбулентность атмосферы, с интенсивностями G_φ и G_w , соответственно; $A, A', c_\alpha, c_\delta, c_\dot{\alpha}$ – аэродинамические коэффициенты, значения которых приведены в [3], c – коэффициент, принимающий значения $c = 1$ при отсутствии перерывов в получении необходимой для управления информации и $c = 0$ при наличии таких перерывов. Структурная схема системы (1) изображена на рис. 1.

Требуется определить оптимальное управление АПКР, на основании наблюдения фазовых координат, минимизирующее определенный критерий качества.

При наличии наблюдений вектора $Z(t)$ [2] наилучшей оценкой функционала

$$I_0(t_0, Y, u, t_k) = l_1(Y, t_k) + \int_0^{t_k} l_2(Y, u, \tau) d\tau,$$

в смысле минимума среднего квадрата ошибки оценки, является *условный риск* (условный критерий)

$$\hat{I}_0 = M[I_0(t_0, Y, u, t_k) | z(\tau), t_0 \leq \tau \leq t_k] = M_z[I_0],$$

который для данной задачи примем в следующем виде [2]:

$$\hat{I}_0 = M_z \left[(\varphi_{цв}(t_k))^2 + \frac{K_1}{t_k} \int_0^{t_k} (U(t))^2 dt + \frac{K_2}{t_k} \int_0^{t_k} (\dot{\varphi}_{цв}(t))^2 dt \right], \tag{2}$$

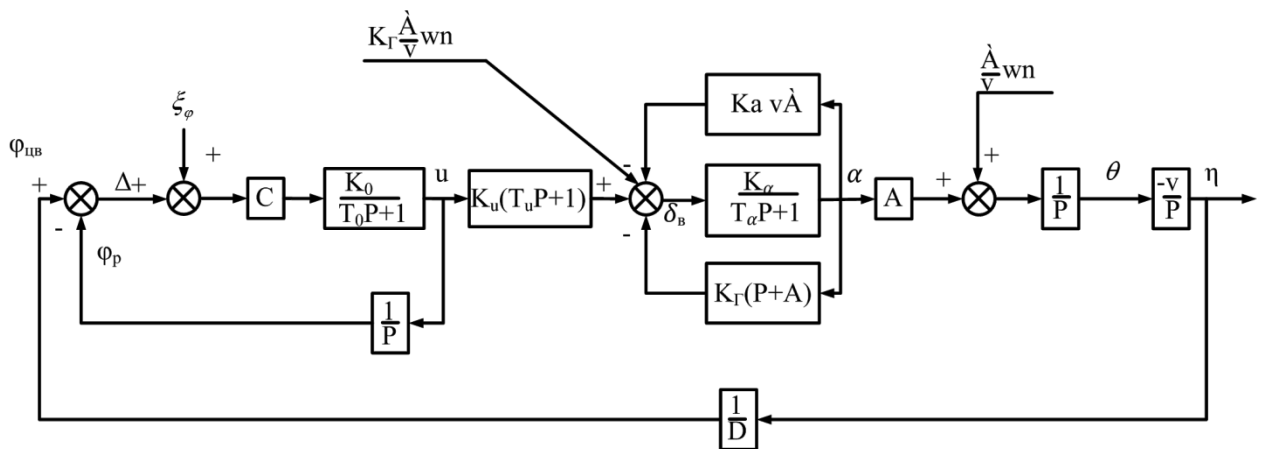


Рис. 1. Структурная схема системы наведения АПКР

где M_z – операция условного математического ожидания, t_k – конечный момент управления, U – искомое управление, K_1, K_2 – заданные постоянные коэффициенты.

2. Решение

Как было уже сказано, определение оптимального управления для объекта, описываемого системой (1) высокого порядка $n = 7$, является сложной задачей. Кроме того, наблюдаемыми фазовыми координатами, которые могут быть измерены имеющимися устройствами, являются угловая скорость линии визирования цели $\omega = \omega_{цв} = \dot{\varphi}_{цв}$ и нормальное ускорение объекта $a_n = v\theta$. Для получения упрощенной математической модели функционирования системы управления, включающей в себя дифференциальные уравнения относительно ω и a_n , используем систему (1), приняв следующие допущения:

- координатор цели заменим эквивалентным аperiodическим звеном, входом которого является угловая скорость линии визирования цели ω с аддитивной помехой N_ω , представляющей собой приведенный к угловой скорости шум ξ_φ ;

- постоянную времени T_u форсирующего звена системы управления примем равной постоянной времени эквивалентного аperiodического звена координатора цели T_s ;

- будем считать, что постоянная времени формирующего фильтра T_ϕ равна постоянной времени аperiodического звена, описывающего динамику объекта управления (АПКР);

- скорость АПКР будем считать постоянной.

Умножив обе части второго уравнения системы (1) и продифференцировав второе и шестое уравнения этой системы с учетом принятых допущений и остальных уравнений системы (1), получим уравнения, описывающие функционирование системы управления АПКР в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{a}_n = \frac{1}{T_{\alpha^*}}(vU - a_n + \xi_a), \\ \dot{\omega} = \frac{v}{D}\left(2\omega - \frac{1}{v}a_n\right), \end{cases} \quad (3)$$

а уравнения измерителей в виде:

$$\begin{cases} Z_\omega = c(\omega + N_\omega), \\ Z_{a_n} = a_n + N_a. \end{cases} \quad (4)$$

В (3) величины U и T_{α^*} определяются на основании выражений:

$$U = AK_u K_{\alpha^*} Z_\omega, \quad K_{\alpha^*} = \frac{c_\delta}{c_{\alpha^*}}, \quad T_{\alpha^*} = \frac{c_{\dot{\alpha}^*}}{c_{\alpha^*}},$$

$$c_{\dot{\alpha}^*} = c_{\dot{\alpha}} - c_\delta K_\Gamma,$$

$$c_{\alpha^*} = -\left(c_\alpha - c_\delta K_a v A' - c_\delta K_\Gamma A\right),$$

где T_{α^*} и K_{α^*} – постоянная времени и коэффициент усиления аperiodического звена, учитывающего инерционность объекта, ξ_a – приведенный к нормальному ускорению белый шум, характеризующий турбулентность атмосферы с интенсивностью $G_a = (A' T_\phi)^2 G_w$; N_ω и N_a – белые шумы, характеризующие ошибки измерителей с интенсивностями Q_ω и Q_a , соответственно. Структурная схема упрощенной математической модели, описывающая функционирование объекта, системы управления, приведена на рис. 2.

Задача определения оптимального управления для системы, описываемой уравнениями (3) и (4), решена в [2].

Решением этой задачи являются уравнения оптимального регулятора:

$$U = r \left(\hat{\omega} - \frac{T_{\alpha^*}}{D} \hat{a}_n \right), \quad (5)$$

где $r = \frac{1}{2} \left(3 + \sqrt{9 + 4 \frac{K_2}{K_1}} \right)$.

И уравнения оптимального фильтра:

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}}_n = \frac{1}{T_{\alpha^*}} \left[vU + \sqrt{\frac{G_a}{Q_a}} (Z_{a_n} - \hat{a}_n) \right], \\ \dot{\hat{\omega}} = \frac{v}{D} \left[(2 - cq) \hat{\omega} - \frac{1}{v} Z_{a_n} + cq Z_\omega \right], \end{cases} \quad (6)$$

где $q = \frac{v}{D} (3q - cq^2)$.

Из (6) следует, что оптимальный фильтр имеет две структуры, определяемые коэффициентом c , принимающим значение $c = 1$ при отсутствии перерывов в получении информации о цели управления и $c = 0$ при наличии таких перерывов (когда коммутатор замкнут или разомкнут).

Переключение структуры фильтра через ключ c обеспечивает перевод работы фильтра из режима фильтрации в режим памяти.

Для решения уравнений фильтра необходимо задать соответствующие начальные условия, которые определим выражениями [2]: $\hat{a}_n(t_0) = m_{a_n}(t_0)$, $\hat{\omega}(t_0) = m_\omega(t_0)$,

$$q(t_0) = \frac{D_0 \sigma_{\omega_0}^2}{v_0 Q_\omega}.$$

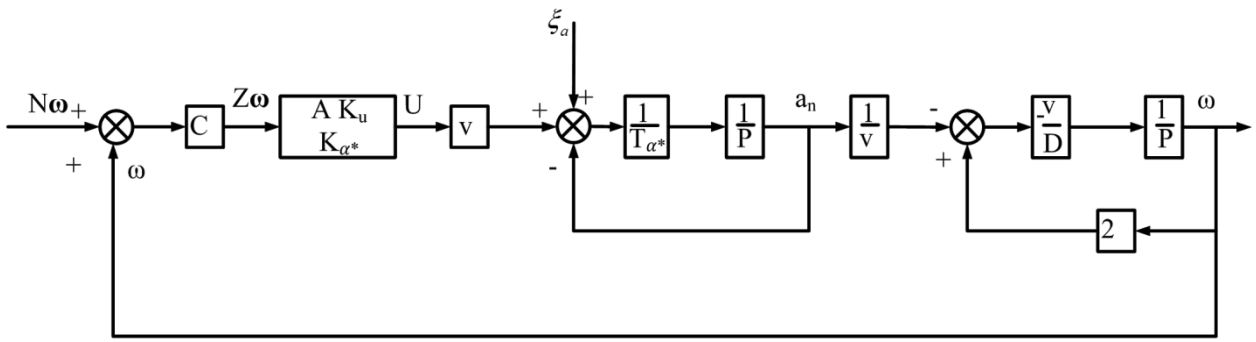


Рис. 2. Упрощенная структурная схема координатора цели системы наведения ракеты

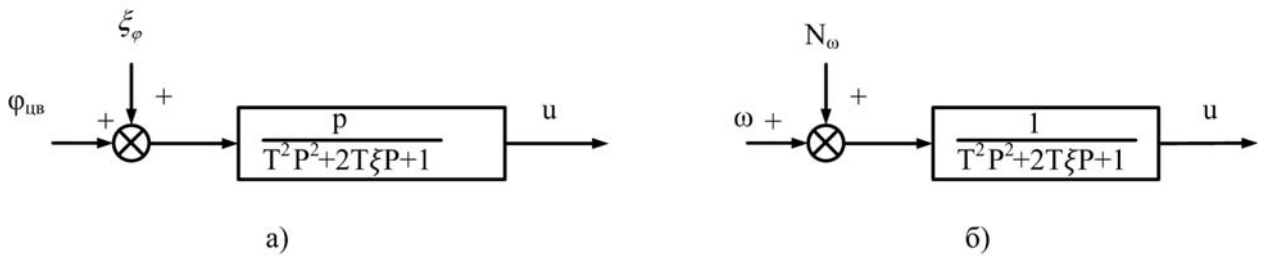


Рис. 3. Преобразованная структурная схема координатора цели

Кроме того, для решения уравнений фильтра (6) необходимо определить интенсивность Q_ω белого шума N_ω , представляющего собой приведенный к угловой скорости шум ξ_φ с интенсивностью G_φ , для чего проведем эквивалентное структурное преобразование координатора цели, изображенного на рис. 2. Преобразованная структурная схема координатора цели представлена на рис. 3.

Определим установившуюся дисперсию выходного сигнала D_u системы (рис. 3а) при воздействии на нее входного сигнала в виде белого шума ξ_φ с заданной интенсивностью G_φ [4].

$$D_u = \frac{G_\varphi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_1(i\omega)|^2 d\omega, \quad (7)$$

где

$$\Phi_1(p) = \frac{p}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}; \quad T = \sqrt{\frac{T_0}{K_0}}$$

$\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_0 T_0}} \cdot \xi$ – коэффициент демпфирования.

Аналогичным образом определим дисперсию выходного сигнала системы (рис. 3б) при воздействии на нее белого шума N_ω с интенсивностью Q_ω :

$$D_u = \frac{Q_\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_2(i\omega)|^2 d\omega, \quad (8)$$

где $\Phi_2(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}$.

Из условия равенства дисперсий, определяемых по формулам (7) и (8), получим выражение для определения интенсивности:

$$Q_\omega = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_1(i\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_2(i\omega)|^2 d\omega} G_\varphi. \quad (9)$$

Для вычисления интегралов в (9) применим формулы интегралов от дробно-рациональных функций [4]:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_1(i\omega)|^2 d\omega = \frac{\pi}{2T^3 \xi}, \\ \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_2(i\omega)|^2 d\omega = \frac{\pi}{2T\xi}. \end{cases} \quad (10)$$

Подставив (10) в (9), получим окончательное выражение для определения Q_ω :

$$Q_\omega = \frac{1}{T^2} G_\varphi.$$

В результате получен алгоритм оптимального управления, описываемый уравнениями (5) и (6), структурная схема которого представлена на рис. 4.

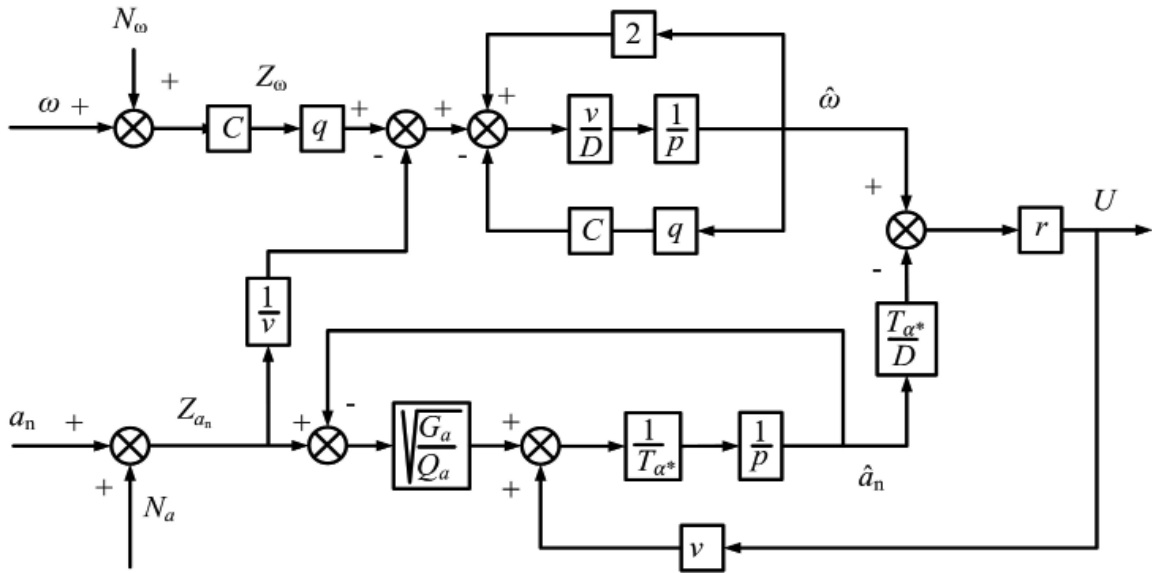


Рис. 4. Структурная схема оптимального фильтра и оптимального регулятора системы наведения

Включив полученное уравнение оптимального управления (5), (6) в исходную систему (1), получим математическую модель процесса функционирования системы управления, имею-

щую случайную структуру с двумя возможными состояниями при наличии в законе управления оптимального регулятора и оптимального фильтра:

$$\dot{\eta} = -v\theta,$$

$$\dot{\theta} = A\alpha + \frac{A'}{v}W_n,$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{c_\alpha}{c_\dot{\alpha}}\alpha - \frac{c_\delta}{c_\dot{\alpha}}\delta_\delta,$$

$$\delta_\delta = K_{u0}\left(\hat{\omega} - \frac{T_{\alpha^*}}{D}\hat{a}_n\right) - (K_a v A' + K_r A)\alpha - K_r \dot{\alpha} - K_r \frac{A'}{v}W_n,$$

$$\dot{\hat{\omega}} = \frac{v}{D}[(2 - cq)\hat{\omega} - \frac{1}{v}Z_{a_n} + cqZ_{\omega}],$$

$$\dot{\hat{a}}_n = \frac{1}{T_{\alpha^*}}\left[vU + \sqrt{\frac{G_a}{Q_a}}(Z_{a_n} - \hat{a}_n)\right],$$

$$Z_\omega = T_u \dot{u} + u; Z_{a_n} = a_n + N_a; a_n = v\dot{\theta},$$

$$U = r\left(\hat{\omega} - \frac{T_{\alpha^*}}{D}\hat{a}_n\right), K_{u0} = \frac{r}{AK_{\alpha^*}},$$

$$\dot{u} = -\frac{1}{T_0}u + c\frac{K_0}{T_0}(\Delta + \xi_\varphi) + (1 - c)\hat{\omega},$$

$$\Delta = \varphi_{цв} - \varphi_p,$$

$$\dot{\varphi}_{цв} = \frac{v}{D}(\varphi_{цв} - \theta); \dot{\varphi}_p = u,$$

$$\dot{W}_n = -\frac{1}{T_\phi}W_n + \xi_w$$

(11)

$$\dot{q} = \frac{v}{D}(3q - cq^2), r = \frac{1}{2}\left(3 + \sqrt{9 + 4\frac{K_2}{K_1}}\right).$$

На рис. 5 изображена структурная схема системы наведения АПКР, описываемой системой (11) при наличии оптимального управления.

Вывод

Таким образом, подача оценки ω через ключ (1 - c) обеспечивает разворот координатора в некоторую прогнозируемую точку в случае перерыва в поступлении информации о цели управления. В разработанном законе наведения ракеты переход от одного состояния в другое обеспечивается ключом c, который управляется обнаружителем-анализатором мерцающей помехи.

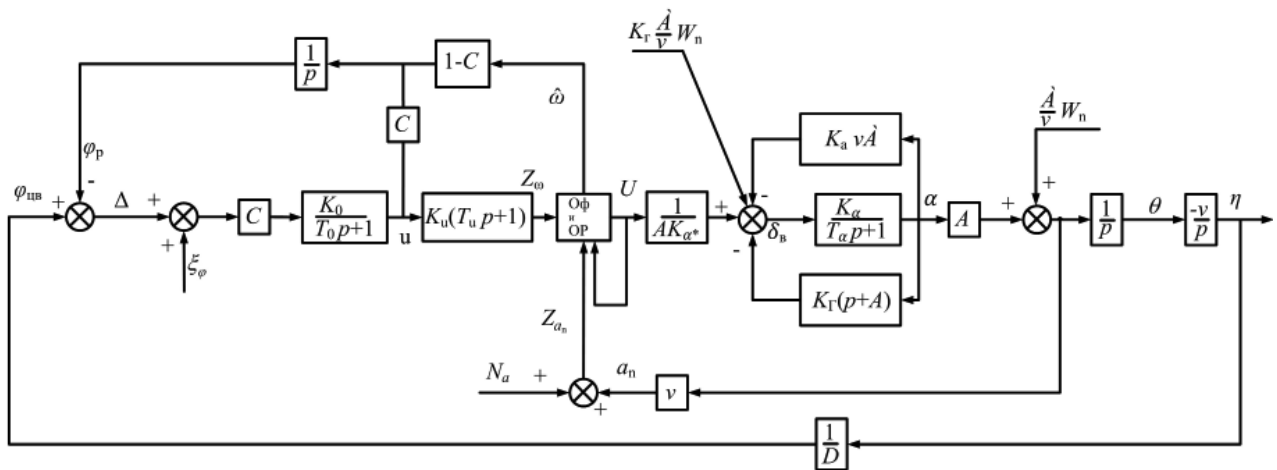


Рис. 5. Структурная схема системы наведения АПКР с использованием оптимального управления

Литература

1. Казаков И.Е. Статистическая динамика систем с переменной структурой. – М. : Наука, 1977.
 2. Казаков И.Е., Артемьев В.М. Оптимизация динамических систем случайной структуры. – М. : Наука, 1980.

3. Казаков И.Е., Гладков Д.И., Криксунов Л.З., Харитонов А.П. Системы управления и динамика наведения ракет. – М. : ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1973.
 4. Пугачев В.С., Казаков И.Е., Евланов Л.Г. Основы статистической теории автоматических систем. – М. : Машиностроение, 1974.