

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ<sup>3</sup>A.S. Kryukovsky  
Yu.I. SkvortsovaON PROPAGATION OF FREQUENCY-MODULATED RADIATION  
IN IONOSPHERIC PLASMA

В настоящей работе исследуется распространение частотно-модулированного излучения в магнитоактивной ионосферной плазме. Актуальность исследования определяется активным использованием электромагнитных волн декаметрового диапазона для обеспечения дальней радиосвязи, радионавигации, радиолокации, загоризонтного радиозондирования, а также изучения структуры верхней атмосферы Земли – ионосферы. При моделировании лучевых траекторий в анизотропной, неоднородной, нестационарной среде бихарактеристическая система уравнений с гамильтонианом:

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \quad (1)$$

имеет вид [1]:

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \quad \frac{d\vec{r}}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}}, \quad \frac{d\vec{k}}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}}. \quad (2)$$

В (1) и (2) введены обозначения:

$\vec{r} = (x, y, z)$  – координаты точки наблюдения;

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  – волновой вектор,  $\tau$  – параметр вдоль лучевой траектории,  $\omega$  – круговая частота излучения,  $t$  – групповое время,

$\varepsilon(\vec{r}, k, \omega)$  – эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения,  $c = 2,997925 \cdot 10^{10}$  см/с – скорость света. Система (1–2) обобщает бихарактеристическую систему,

<sup>1</sup> Доктор физико-математических наук, профессор НОУ ВПО «Российский новый университет».

© Крюковский А.С., 2014.

<sup>2</sup> Заместитель декана факультета ИСиКТ НОУ ВПО «Российский новый университет».

© Скворцова Ю.И., 2014.

<sup>3</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 12-02-00413-а, № 13-07-00937, ОФИ\_М № 13-02-12121).

использованную нами в [2] для математического моделирования (см. также [3]).

Обозначим буквами  $u$  и  $v$  отношения квадратов плазменной частоты и гирочастоты к квадрату рабочей частоты:

$$u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2} = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2}; \quad v = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{4\pi e^2 N}{m_e \omega^2}. \quad (3)$$

В формулах (3)  $e = 4,8029 \cdot 10^{-10}$  СГСЭ – заряд электрона,  $m_e = 9,108 \cdot 10^{-28}$  г – масса электрона,  $H_0$  – величина напряженности магнитного поля Земли, а  $N$  – профиль электронной концентрации. Угол  $\alpha$  – это угол между волновым вектором и напряженностью магнитного поля Земли  $\vec{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})$ .

Нетрудно показать, что выражение для квадрата косинуса угла  $\alpha$  имеет вид:

$$\cos^2 \alpha = \frac{(\dot{I}_{0x} k_x + \dot{I}_{0y} k_y + \dot{I}_{0z} k_z)^2}{H_0^2 |\vec{k}|^2}. \quad (4)$$

Для неоднородной анизотропной ионосферы эффективную диэлектрическую проницаемость среды можно представить в виде (см., например, [1; 4]):

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2v(1-v)}{2(1-v) - u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-v)^2 \cos^2 \alpha}}. \quad (5)$$

В выражении (5) знак « $\rightarrow$ » соответствует необыкновенной волне, а знак « $+$ » – обыкновенной волне. Будем считать, что источник излучения точечный и расположен в точке с координатами:

$$\vec{r}|_{t=0} = (x_0, y_0, z_0). \quad (6)$$

Тогда начальный волновой вектор  $\vec{k}(0)$  параметрически зависит от углов выхода луча:

$$k_x(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \cos \eta,$$

$$k_y(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \zeta \cos \eta, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \eta. \quad (7)$$

В (7)  $\varepsilon_0$  – значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в источнике, причем предполагается, что источник излучения находится вне магнитоактивной плазмы. Ниже считаем, что сигнал линейно частотно-модулированный (ЛЧМ), то есть:

$$\omega(0) = \omega_0(1 + \delta \tau_0), \quad t(0) = \tau_0. \quad (8)$$

Также предположим, что амплитуда магнитного поля постоянная. Тогда ориентация напряжённости магнитного поля относительно локальной системы координат задается двумя постоянными углами  $\gamma$  и  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} H_{0x} &= H_0 \cos \gamma \cos \varphi, \\ H_{0y} &= H_0 \cos \gamma \sin \varphi, \\ H_{0z} &= H_0 \sin \gamma. \end{aligned} \quad (8)$$

Перейдем теперь к рассмотрению распространения ЛЧМ радиосигнала в неоднородной, анизотропной среде с учётом влияния магнитного поля Земли. Предположим, что изначально распространение осуществляется в плоскости  $(x, z)$ , а источник излучения расположен в начале координат ( $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ ). Рассмотрим модель двухслойной ионосферной плазмы, для которой профиль электронной концентрации имеет вид (см. также [3–5]):

$$\begin{aligned} N(\vec{r}) = N_0 \cdot g \cdot \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) - \frac{\exp \left( - \left( \frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) \right)}{\cos \chi} \right] \right. \\ \left. + \beta \exp \left[ - \left( \frac{z - z_{02}}{z_{m2}} \right)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{где } g = 1 - \gamma_x \frac{x}{x_g} \sin(2\pi(x - V \cdot t) / \lambda_g), \quad (10)$$

$N_0$  – электронная концентрация в максимуме слоя  $F2$ ,  $z_{01}$  – высота максимума слоя  $F2$ ,  $z_{m1}$  – условная полутолщина слоя  $F2$ ,  $\beta$  – безразмерный коэффициент, характеризующий степень ионизации нижнего слоя по отношению к основному,  $z_{02}$  – высота максимума нижнего слоя  $E$ ,  $z_{m2}$  – условная полутолщина нижнего слоя  $E$ . Коэффициент  $g$  описывает влияние горизонтального градиента и волнообразного возмущения в

плазме. Здесь  $V$  – скорость, а  $\lambda_g$  – длина гравитационной волны. При вычислении применялись следующие значения параметров:  $N_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ ,  $H_0 = 0,36 \text{ Э}$ ,  $z_{m1} = 140 \text{ км}$ ,  $z_{01} = 300 \text{ км}$ ,  $z_{m2} = 40 \text{ км}$ ,  $z_{02} = 100 \text{ км}$ ,  $\zeta = 0$ ,  $\eta = 60^\circ$ ,  $f_0 = \omega_0 / (2\pi) = 3 \text{ МГц}$ ,  $\delta = 5$ ,  $\gamma = 3\pi/4$ ,  $\varphi = \pi/2$ ,  $0 \leq \tau_0 \leq 1 \text{ с}$ ,  $V = 200 \text{ м/с}$ ,  $\lambda_g = 50 \text{ км}$ ,  $\gamma_x = 0,15$ ,  $x_g = 500 \text{ км}$ ,  $\beta = 0,1$ .

На рис. 1 и 2 показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в случае распространения необыкновенной волны в плоскости  $(x, z)$  при отсутствии и наличии горизонтальных градиентов, то есть при  $\gamma_x = 0$  и  $\gamma_x = 0,15$  соответственно.

Сначала все частоты идут по одной траектории, но, попадая в плазменный слой, их пути разделяются: высокие частоты просачиваются, а низкие частоты возвращаются на Землю, отражаются от Земли, отражаются от ионосферы, возвращаются на Землю и т.д. На всех рисунках показано одно отражение от Земли.

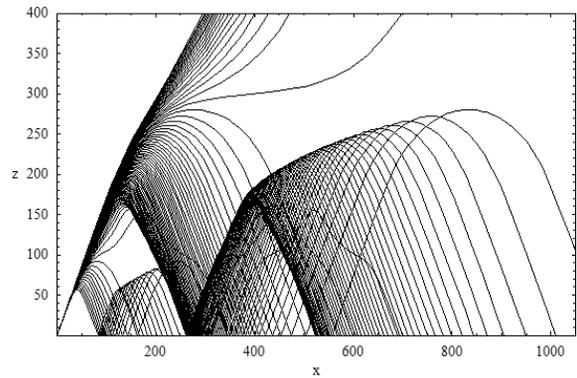


Рис. 1

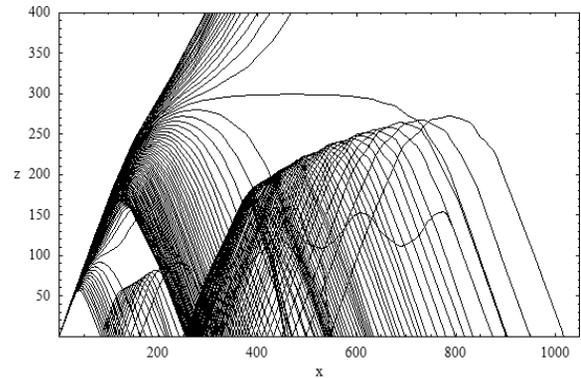


Рис. 2

Лучевая структура в плоскости  $(x, z)$ ;  $\gamma_x = 0$  – рис. 1 и  $\gamma_x = 0,15$  – рис. 2

Лучевые траектории на рис. 1 и 2 похожи. Однако следует обратить внимание на характерные искажения лучевых траекторий на рис. 2 под действием волнообразного возмущения. Видно, что каустика (огibaющая лучей второго скачка) промодулирована волнообразным возмущением.

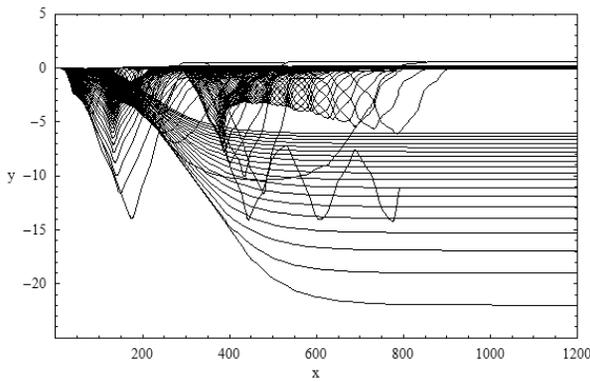


Рис. 3

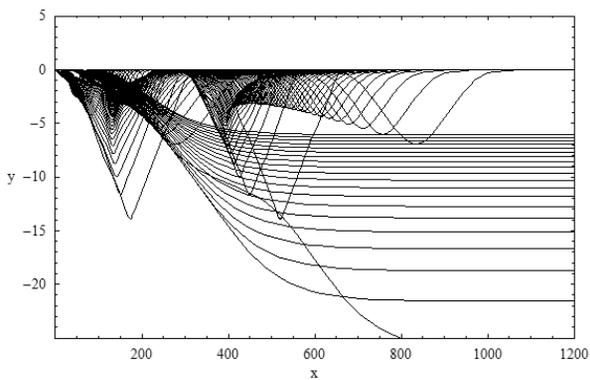


Рис. 4

Лучевая структура в плоскости  $(x, y)$ ;  $\gamma_x = 0$  – рис. 3 и  $\gamma_x = 0,15$  – рис. 4

На рис. 3 и 4 приведены проекции лучевых структур на Землю, то есть распространение лучей в плоскости  $(x, y)$  без учета и с учетом горизонтальных градиентов. Лучи, отраженные от ионосферы и вернувшиеся на Землю как после первого, так и после второго скачка, образуют сложные каустические структуры, а семейство лучей, прошедших ионосферный слой, распространяется вдоль оси  $x$ . Сравнивая рис. 3 и 4, видим, как сильно искажает волновое возмущение лучевые траектории.

На рис. 5 и 6 показаны проекции лучевых траекторий в плоскости  $(y, z)$  без учета и с учетом горизонтальных градиентов.

Хорошо различимо влияние слоев E и F на лучевую структуру. Если бы магнитное поле Земли отсутствовало, все проекции лучей соответствовали бы линии  $y = 0$ . На рис. 5 лучи, возвращающиеся на Землю после отражения от слоя, не видны, так как идут назад по первоначальным траекториям, поскольку горизонтальные градиенты в данном расчете отсутствуют. Проходящие же лучи ионосфера «сдвигает» в положительном направлении оси  $y$ . При этом наибольшие сдвиги у меньших частот, соответ-

ствующих так называемым «лучам Педерсена» [6]. На рис. 6 лучи, возвращаются на землю после отражения от слоя по разным траекториям из-за наличия горизонтальных. В этой проекции лучевые структуры первого и второго скачка сильно перекрываются.

На рис. 7–9 представлено распространение необыкновенной волны в плоскости  $(t, z)$ .

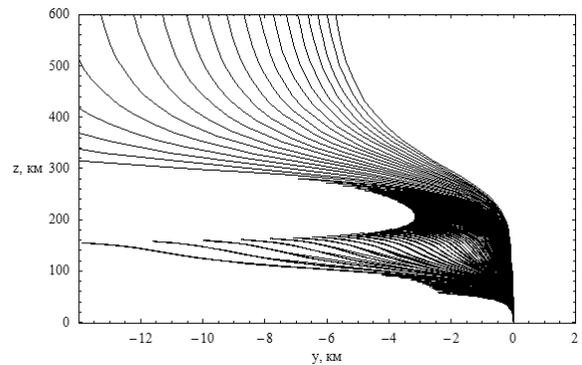


Рис. 5.

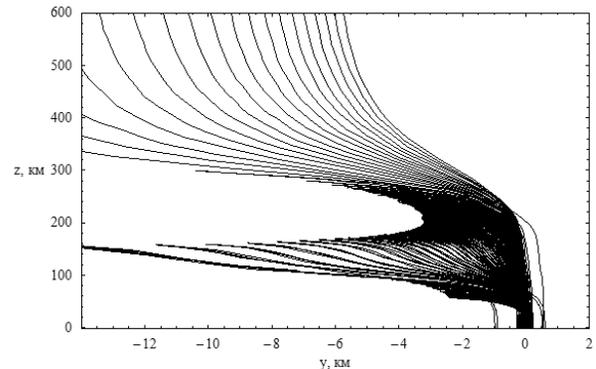


Рис. 6

Лучевая структура в плоскости  $(y, z)$ ;  $\gamma_x = 0$  – рис. 5 и  $\gamma_x = 0,15$  – рис. 6

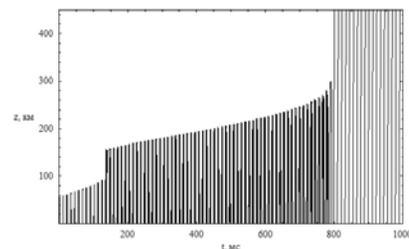


Рис. 7.

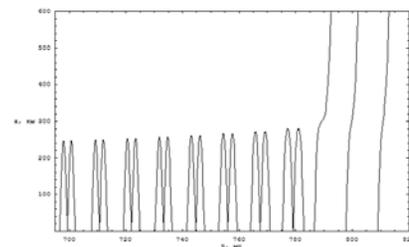


Рис. 8

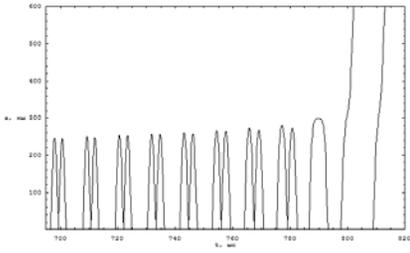


Рис. 9.

Лучевая структура в плоскости  $(t, z)$ ;  $\gamma_x = 0$  – рис. 8 и  $\gamma_x = 0,15$  – рис. 7, 9

На рис. 7 показана полная пространственно-временная лучевая структура для двух скачков и с учетом горизонтальных градиентов. Видно, что семейство пространственно-временных лучей, отражающихся от ионосферы и имеющих огибающую, образует пространственно-временную каустику с краем (краевая катастрофа  $V_3$ ) (см. в [6], а также работы [7–12]). На рис. 8 и 9 та же структура показана подробнее, как без учета (рис. 8), так и с учетом волнообразного возмущения (рис. 9). Пары лучей соответствуют двум скачкам.

На рис. 10 и рис. 11 показано доплеровское изменение частоты луча вдоль оси  $x$ , возникающее при прохождении области ионосферы, содержащей волнообразное возмущение.

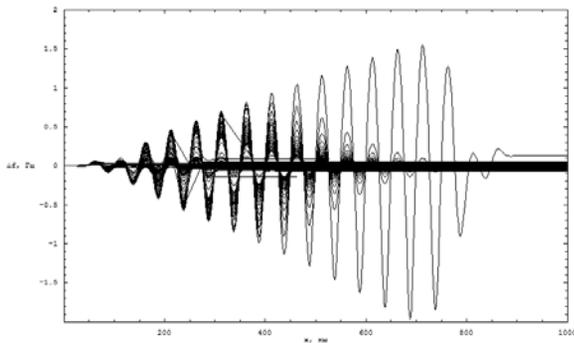


Рис. 10

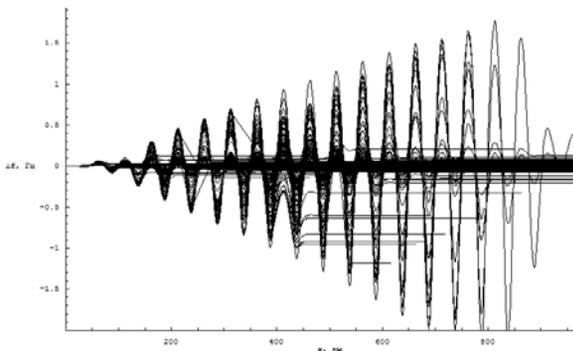


Рис. 11

Доплеровское изменение частоты ( $x, \Delta f$ ). Один скачок – рис. 10, два скачка – рис. 11

Видно, что при рассматриваемых параметрах изменение частоты может достигать 2 Гц, хотя для большинства лучей это отклонение на порядок меньше.

Для большей наглядности на рис. 12 и 13 приведены линии равного уровня электронной концентрации на момент времени  $t = 0$ .

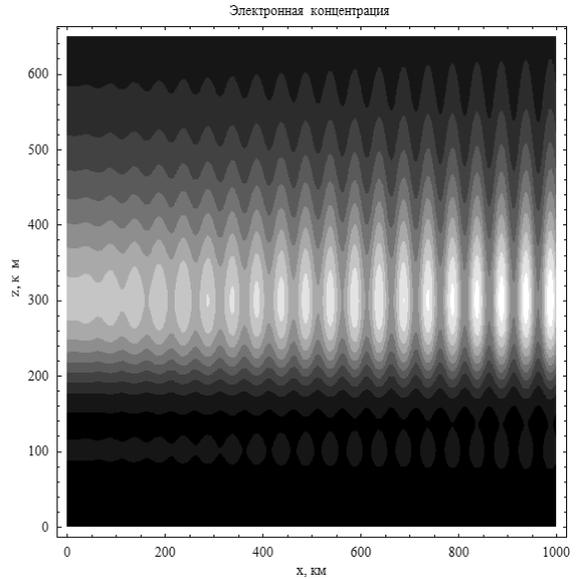


Рис. 12

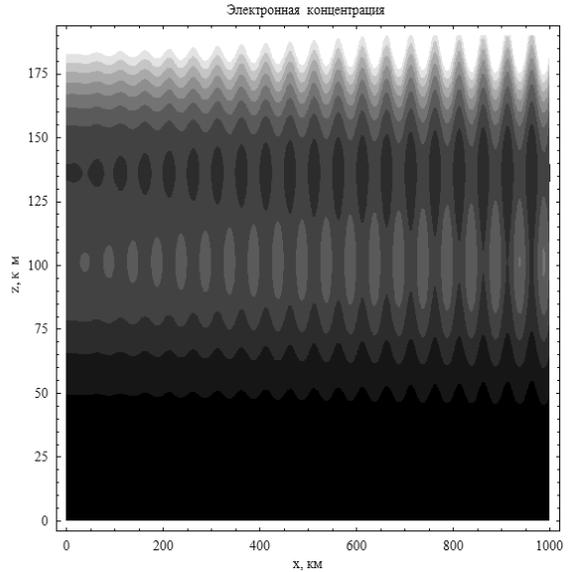


Рис. 13

Профиль электронной концентрации на рис. 13 – фрагмент

На рисунке 12 слой E не виден. Поэтому на рисунке 13 область нижней ионосферы показана отдельно.

## Заключение

Таким образом, в работе рассмотрены особенности распространения частотно-модулированных сигналов в анизотропной ионосферной плазме, как в случае необыкновенной электромагнитной волны при наличии горизонтального градиента и волнообразного возмущения. Исследования выполнены на основе численного решения бихарактеристической системы дифференциальных уравнений. Исследовано распространение декаметровых радиоволн в случае двухскачкового распространения и двухслойной модели ионосферы Земли. Для более адекватного описания распространения радиоволн в ионосфере Земли целесообразно строить динамические модели [14], используя профили электронной концентрации, восстановленные по данным радиотомографии [15].

## Литература

1. Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численный канонический метод в задачах дифракции и распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. – М. : МФТИ. – 1982. – 159 с.
2. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. – М. : Наука. – 2012. – Т. 57. – № 9. – С. 1028–1034.
3. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. – Серия «Управление, вычислительная техника и информатика». – 2013. – Вып. 4. – С. 47–52.
4. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Исследование особенностей распространения коротких радиоволн в неоднородной анизотропной ионосфере // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2009. – Т. 14. – № 8. – С. 17–26.
5. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Исследование влияния локальных неоднородностей ионосферной плазмы на распространение коротких радиоволн // Вестник Российского нового университета. – Серия «Управление, вычислительная техника и информатика». – 2010. – Вып. 3. – С. 17–25.
6. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. – Серия «Управление, вычислительная техника и информатика». – 2013. – Вып. 4. – С. 47–52.
7. Вергизаев И.А. Применение теории катастроф для исследования пространственно-временных фокусировок : автореф. дис. ... канд. физико-матем. наук. – М. : МФТИ, 1999.
8. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Применение теории катастроф для описания пространственно-временной структуры частотно-модулированного сигнала в плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2013. – Т. 18. – № 8. – С. 18–23.
9. Крюковский А.С., Лукин Д.С. Теория расчета эталонных фокальных и дифракционных электромагнитных полей на основе специальных функций волновых катастроф // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48. – № 8. – С. 912–921.
10. Крюковский А.С. Равномерная асимптотическая теория краевых и угловых волновых катастроф : монография. – М. : РосНОУ, 2013. – 368 с.
11. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Классификация и равномерное асимптотическое описание пространственно-временных трехмерных краевых фокусировок волновых полей // Радиотехника и электроника. – 2005. – Т. 50. – № 10. – С. 1221–1230.
12. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А. Применение теории краевых катастроф для построения равномерных асимптотик быстроосциллирующих интегралов // Дифракция и распространение волн : междувед. сборник. – М. : МФТИ. – 1985. – С. 4–21.
13. Крюковский А.С., Кирьянова К.С. Динамическое моделирование распространения радиоволн в окрестности экваториальной аномалии на основе метода бихарактеристик // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2011. – Т. 16. – № 8. – С. 21–25.
14. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Моделирование лучевой и каустической структуры электромагнитных полей по данным радиотомографии ионосферы в окрестности экваториальной аномалии // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2010. – Т. 15. – № 8. – С. 5–11.
15. Кирьянова К.С., Крюковский А.С. Особенности лучевого распространения радиоволн в окрестности пространственно-модулированного ионосферного слоя : труды XIII Международной научной конференции «Цивилизация знаний: проблемы и перспективы социальных коммуникаций», Москва, 20–21 апреля 2012 г. – М. : РосНОУ. – 2012. – Ч. 2. – С. 30–34.