

Е.Г. Царькова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТЬЮ
КАК КОМПОНЕНТ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ
В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СИЛОВЫХ ВЕДОМСТВ

Аннотация. Рассматривается подход к построению системы поддержки принятия решений в области технического обеспечения силовых ведомств. Исследуются методы управления надежностью оборудования специального назначения. Представлена модель управления техническим обслуживанием охранного оборудования, проводится апробация модели на различных значениях параметров системы. Задача оптимизации ТО оборудования формулируется в виде задачи оптимального управления. С применением явных разностных схем строится дискретная задача оптимального управления, для которой формулируются необходимые условия оптимальности. С учетом полученных соотношений предлагается алгоритм численного решения задачи градиентными методами.

Ключевые слова: техническое обеспечение специального назначения, надежность технических систем, оптимальное управление, необходимые условия оптимальности, метод проекции градиента.

E.G. Tsarkova

MATHEMATICAL MODEL OF RELIABILITY MANAGEMENT
AS A COMPONENT OF THE DECISION SUPPORT SYSTEM
IN THE ACTIVITIES OF LAW ENFORCEMENT AGENCIES

Abstract. The paper considers an approach to building a decision support system in the field of technical support for law enforcement agencies. The methods of managing the reliability of special-purpose equipment are investigated. The model of maintenance management (hereinafter referred to as the) of security equipment is considered, the model is tested on various values of system parameters. The task of optimizing the maintenance of equipment is formulated in the form of an optimal control problem. Using explicit difference schemes, a discrete optimal control problem is constructed, for which the necessary optimality conditions are formulated. Taking into account the obtained relations, an algorithm for numerical solution of the problem by gradient methods is proposed.

Keywords: special purpose technical support, reliability of technical systems, optimal control, necessary optimality conditions, gradient projection method.

Введение

В современных условиях ухудшения криминогенной обстановки для обеспечения качественной поддержки принятия решений должностными лицами силовых ведомств необходима разработка соответствующего программного обеспечения специального назначения. Особую актуальность данная задача приобретает в области технического обеспечения, в том числе при организации охранной деятельности на объектах особой важности, требующей поддержания на необходимом уровне технических служб исправным охранным оборудованием, готовым к применению по назначению [1; 12].

Автоматизированные системы поддержки принятия решений (далее – СППР) специального назначения обладают высоким потенциалом в повышении оперативности управ-

Царькова Евгения Геннадьевна

кандидат физико-математических наук, научный сотрудник НИЦ-1. Научно-исследовательский институт Федеральной службы исполнения наказаний, Москва; доцент кафедры информационных систем и методов искусственного интеллекта. Тверской государственный университет, город Тверь. Сфера научных интересов: методы оптимизации; математическое моделирование; оптимальное управление; нейросетевые технологии. Автор более 100 опубликованных научных работ. Электронный адрес: university69@mail.ru

ления техническим обслуживанием (далее – ТО) оборудования, а также позволяют получать обоснованные рекомендации при принятии управленческих решений за счет реализации в таких системах функций прогнозирования, оперативного управления, контроля, принятия решений и др. [4; 7]. Деятельность силовых ведомств в части мероприятий по техническому обеспечению требует разработки математических моделей и методов для подобных СППР, обеспечивающих лицо, принимающее решения (далее – ЛПР), достоверной и объективной информацией об оборудовании, с возможностью дальнейшей адаптации к развитию и расширению системы [5; 10; 13].

Важным компонентом рассматриваемого класса СППР является модуль управления надежностью технических средств. В настоящее время в подавляющем большинстве случаев замена и ТО охранного оборудования осуществляется либо по факту его отказа, либо с учетом сроков, закрепленными нормативно, в соответствии с рекомендациями производителя. Вместе с тем для снижения финансовых затрат на проведение ТО с сохранением необходимого уровня надежности и целостности оборудования перспективным является разработка и применение методов управления надежностью исходя из результатов оценки его технического состояния, что позволяет обеспечить баланс между требуемым уровнем надежности и объемом финансирования на его поддержание за счет своевременного проведения ТО. Применение предиктивной аналитики, управления по техническому состоянию, основанному, в том числе, на математических моделях надежности, позволяет выявить неисправности оборудования на ранних стадиях, обеспечивая его готовность к использованию и снижая продолжительность внеплановых простоев технических средств [3; 6; 8; 11].

Модель эксплуатации технической системы

В деятельности технических служб силовых ведомств при работе с крупным парком технических средств непрерывно возникают задачи ремонта и замены оборудования, связанные с его устареванием, изнашиванием и, как следствие, снижением эффективности (см. Рисунок 1).

На Рисунок 1 точками $t_{p1}, t_{p2}, \dots, t_{pn}$ отмечены моменты времени, в которые осуществляется ремонт технического объекта, в результате чего эффективность использования оборудования повышается до величин E_1, E_2, \dots, E_n ; $t_{зам}$ – момент замены оборудования.

Построим модель эксплуатации нерезервированного технического объекта (системы), относительно которого проводится периодическое техническое обслуживание. На смену состояний объекта влияют потоки отказов и восстановления, которые являются пуассоновскими и независимыми, тем самым в технической системе обеспечивается про-

Математическая модель управления надежностью как компонент системы поддержки ...

течение марковского процесса, где экземпляры оборудования – объекты с дискретными состояниями и непрерывным временем.

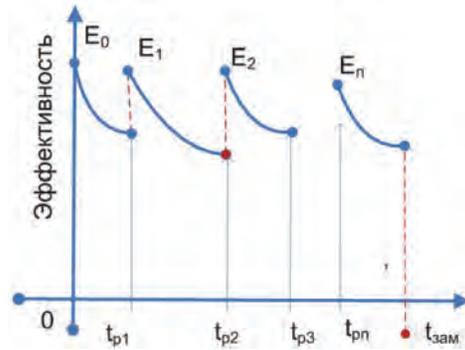


Рисунок 1. Изменение эффективности оборудования в течение времени

На Рисунке 2 приведен ориентированный граф состояний рассматриваемого технического объекта.

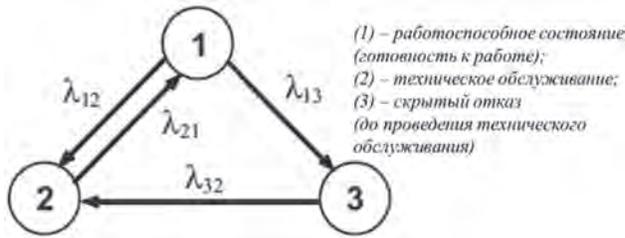


Рисунок 2. Вид графа состояний объекта с периодическим техническим обслуживанием

Введем обозначения: t_{TO} – периодичность ТО; τ_{TO} – продолжительность проведения ТО для устранения неисправности; $u(t) = \frac{1}{t_{TO}}$ – частота проведения ТО, установленная на момент времени $t \in [0, T]$.

Тогда в соответствии с графом состояний значения интенсивностей переходов [12] $\lambda_{12} = \frac{1}{t_{TO}}$, $\lambda_{13} = \lambda$, $\lambda_{23} = \frac{1}{\tau_{TO}}$.

В соответствии с графом состояний технической системы получаем следующую систему дифференциальных уравнений [2; 9; 14]:

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = -\left(\lambda + \frac{1}{t_{TO}}\right)P_1(t) + \frac{1}{\tau_{TO}}P_2(t), \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \frac{1}{t_{TO}}P_1(t) - \frac{1}{\tau_{TO}}P_2(t) + \frac{1 + \lambda t_{TO}}{\lambda t_{TO}^2}P_3(t), \\ \frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - \frac{1 + \lambda t_{TO}}{\lambda t_{TO}^2}P_3(t), \end{cases} \quad (1)$$

где $P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1$; $P_1(0) = 1$; $P_2(0) = P_3(0) = 0$.

На Рисунках 3–5 приведены графики значений финальных вероятностей, полученных в соответствии с (1), при $\lambda = 10^{-5}$, $\tau_{TO} = 0,5$.

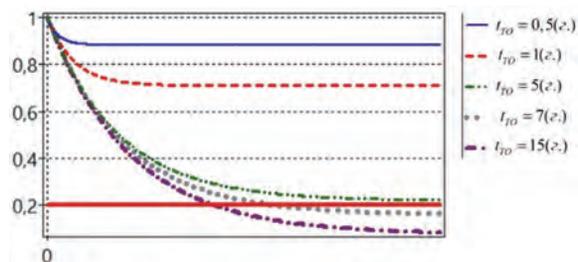


Рисунок 3. Графики $P_1(t)$

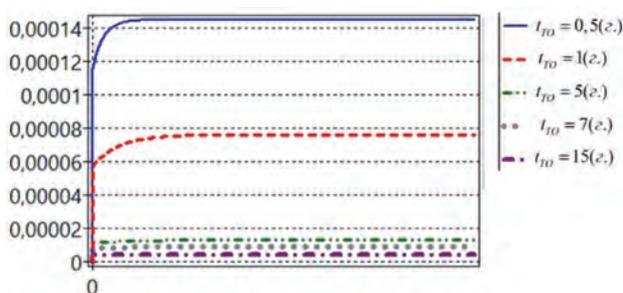


Рисунок 4. Графики $P_2(t)$

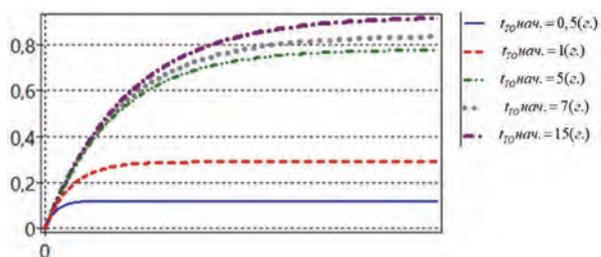


Рисунок 5. Графики $P_3(t)$

В ходе периодического изменения t_{TO} от $t_{TOнач}$ до t_{TOmax} получаем результаты, представленные на Рисунках 6–9.

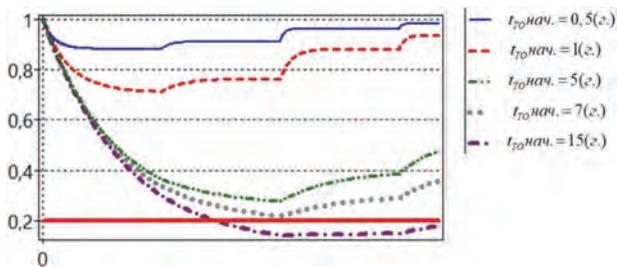


Рисунок 6. Графики $P_1(t)$

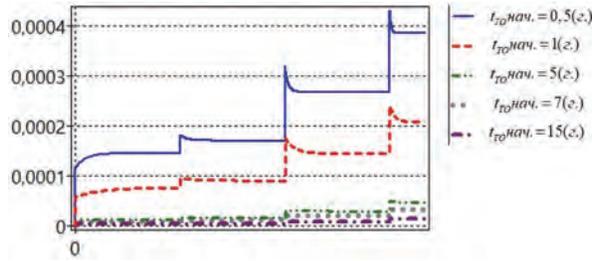


Рисунок 7. Графики \$P_2(t)\$

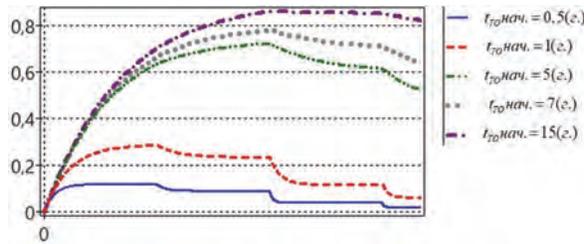


Рисунок 8. Графики \$P_3(t)\$

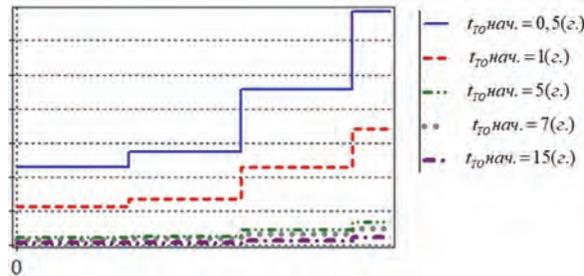


Рисунок 9. Графики изменения \$t_{TO}\$ в течение периода наблюдения

Таким образом, при определенных значениях параметров системы, в частности при изменении периодичности, вероятность безотказной работы не снижается ниже критического уровня. При увеличении частоты ТО надежность технической системы повышается, таким образом, возможна постановка оптимизационной задачи управления надежностью в условиях наличия ограничений финансовых ресурсов, направляемых на проведение ТО.

Задача оптимального управления надежностью технической системы

Рассмотрим задачу оптимального управления надежностью ТС, выбрав в качестве управляющего параметра периодичность ТО \$t_{TO} = u(t)\$, \$t \in [0, T]\$ и используя следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= P_1(t), x_2(t) = P_2(t), x_3(t) = P_3(t), u(t) = \frac{1}{t_{TO}}, t \in [0, T], \mu = \frac{1}{\tau_{TO}}, \\
 x_1(0) &= P_1(0) = X_1^0, x_2(0) = P_2(0) = X_2^0, x_3(0) = P_3(0) = X_3^0, u(0) = Y^0
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Целью управления является минимизация затрат на проведение ТО при условии сохранения значений показателя надежности (состояния готовности) не ниже заданного уровня a : $x_1(t) \geq a, t \in [0, T]$, которое может быть учтено в задаче путем ввода штрафного коэффициента M .

Приходим к задаче оптимального управления следующего вида.

Требуется минимизировать функционал

$$I(u) = \int_0^T \left(\alpha e^{-\delta t} x_2(t) - N x_1(t) + M \max^2 \{ a - x_1(t); 0 \} \right) dt \quad (3)$$

при динамических ограничениях:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -(1+u(t))x_1(t) + \mu x_2(t), \quad t \in [0, T], \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{\lambda} u^2(t) x_1(t) - \left(\mu + u(t) + \frac{1}{\lambda} u^2(t) \right) x_2(t) + \left(\frac{1}{\lambda} u(t) + 1 \right) u(t), \quad t \in [0, T] \end{aligned} \quad (4)$$

с начальными условиями

$$x_1(0) = X_1^0, x_2(0) = X_2^0, u(0) = Y^0, \quad (5)$$

при ограничениях на управление

$$0 \leq u(t) \leq Y_{\max}, \quad t \in [0, T]. \quad (6)$$

Здесь α – стоимость работ по техническому обслуживанию объекта в единицу времени; $\delta > 0$ – дисконтирующий множитель; $N > 0$ – весовой коэффициент.

Численный метод решения дискретной задачи оптимального управления

В ходе исследования разработан алгоритм численного решения задачи. Построим дискретную задачу оптимального управления. С использованием явных разностных схем [6; 11] выполняем дискретную аппроксимацию. Введем на отрезке $[0, T]$ равномерную сетку с шагом $\Delta t = T/q; \{t_i = \Delta t \cdot i, 0 \leq i \leq q\}$. Введем обозначения: $x_1(t_i) = x_1^i, x_2(t_i) = x_2^i, u(t_i) = u^i, i = \overline{0, q}$.

С использованием формулы Эйлера 1-го порядка точности аппроксимируем производные:

$$\dot{x}_1(t^i) \approx \frac{x_1^{i+1} - x_1^i}{\Delta t}, \quad \dot{x}_2(t^i) \approx \frac{x_2^{i+1} - x_2^i}{\Delta t}, \quad i = \overline{0, q-1}, \quad x_1^0 = X_1^0, x_2^0 = X_2^0, u^0 = Y^0.$$

Дискретная задача оптимального управления, аппроксимирующая исходную с точностью $O(\Delta t)$, примет следующий вид:

$$\begin{aligned} I(u) &= \sum_{i=0}^{q-1} \left(\alpha e^{-\delta t} x_2^i - N x_1^i + M \max^2 \{ a - x_1^i, 0 \} \right) \Delta t \rightarrow \min, \\ x_1^{i+1} &= x_1^i + \Delta t \left(\mu x_2^i - (\lambda + u^i) x_1^i \right), \quad i = \overline{0, q-1}, \\ x_2^{i+1} &= x_2^i + \Delta t \left(-\frac{1}{\lambda} (u^i)^2 x_1^i - \left(\mu + u^i + \frac{1}{\lambda} (u^i)^2 \right) x_2^i + \left(\frac{1}{\lambda} u^i + 1 \right) u^i \right), \quad i = \overline{0, q-1}, \\ x_1^0 &= X_1^0, x_2^0 = X_2^0, u^0 = Y^0, \quad 0 \leq u^i \leq Y_{\max}, \quad i = \overline{0, q}. \end{aligned} \quad (7)$$

Математическая модель управления надежностью как компонент системы поддержки ...

Функция Лагранжа имеет вид

$$\begin{aligned}
 L(x, c, u, p) = & \sum_{i=0}^{q-1} \left(\alpha e^{-\delta t} x_2^i - N x_1^i + M \max^2 \{ a - x_1^i, 0 \} \right) \Delta t + \\
 & + \sum_{i=0}^{q-1} p_1^{i+1} \left(x_1^{i+1} - x_1^i - \Delta t \left(\mu x_2^i - (1+u^i) x_1^i \right) \right) + \\
 & + \sum_{i=0}^{q-1} p_2^{i+1} \left(x_2^{i+1} - x_2^i - \Delta t \left(-\frac{1}{\lambda} (u^i)^2 x_1^i - \left(\mu + u^i + \frac{1}{\lambda} (u^i)^2 \right) x_2^i + \left(\frac{1}{\lambda} u^i + 1 \right) u^i \right) \right).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Используя условия стационарности функции Лагранжа $\frac{\partial L}{\partial x_1^i}(x, c, u, p) = 0$, $\frac{\partial L}{\partial x_2^i}(x, c, u, p) = 0, i = \overline{0, q}$, получаем рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned}
 p_1^i = & p_1^{i+1} \left(1 - \Delta t (1 + u^i) \right) + p_2^{i+1} \frac{(u^i)^2}{\lambda} + \Delta t \left(N - 2M \max \{ a - x_1^i, 0 \} \right), \overline{0, q-1}, p_1^q = 0, \\
 p_2^i = & p_2^{i+1} \left(1 + \mu - \Delta t (\lambda + u^i) \right) + p_2^{i+1} \frac{(u^i)^2}{\lambda} + \Delta t \left(N - 2M \max \{ a - x_1^i, 0 \} \right), \overline{0, q-1}, p_2^q = 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Вычисляем производные по направлению:

$$\frac{\partial L}{\partial u^i} = p_1^{i+1} x_1^i \Delta t + p_2^{i+1} \Delta t \left(\frac{2}{\lambda} (x_1^i - x_2^i + 1) u^i - x_2^i + 1 \right), i = \overline{0, q-1}. \tag{10}$$

На основе соотношений, полученных из условий стационарности функции Лагранжа, с применением метода проекции градиента построим приближенное решение задачи. В используемом численном методе фазовые ограничения учитываются путем ввода штрафных функций. Для реализации алгоритма построения численного решения задачи автором разработано настольное приложение в среде Lazarus, реализующее метод градиентного спуска. В ходе исследования построена блок-схема алгоритма численного оптимального решения задачи (см. Рисунок 10).

Заключение

Разработанный алгоритм может быть использован при построении системы поддержки принятия решений для управления надежностью охранного оборудования, а также для прогнозирования надежности технических систем, обеспечивая возможность перехода технических служб от планового технического обслуживания к обслуживанию по состоянию и снижая издержки при управлении техническим обеспечением специального назначения [15].

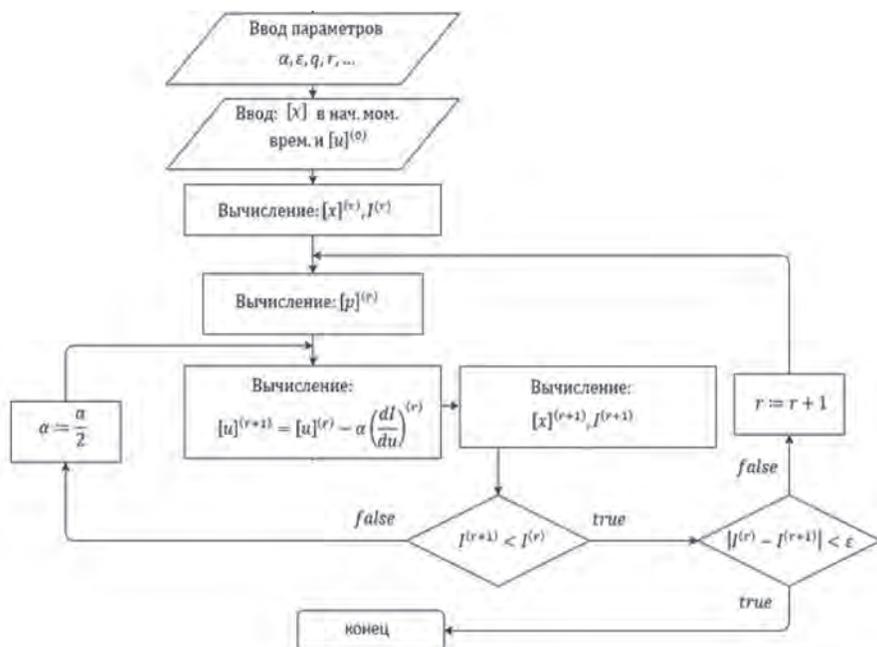


Рисунок 10. Блок-схема алгоритма градиентного метода решения задачи

Литература

1. Анфилатов В.С., Авраменко В.С., Пантюхин О.И. Теоретические основы автоматизации управления войсками и связью. Ч. 2. Основы построения и функционирования систем автоматизации управления войсками и связью: учебное пособие. СПб.: ВАС, 2015. 304 с.
2. Беляев А.К., Царькова Е.Г. Ставка на качество: прогнозирование надежности технических средств как инструмент подбора охранных систем // Информационные технологии в УИС. 2020. № 1. С. 13–26.
3. Гарсиа М. Проектирование и оценка систем физической защиты / М. Гарсиа. М.: Мир, 2003. 386 с.
4. Бахвалов Л.А., Могирев А.М. Методы статистического прогнозирования в системах поддержки принятия решений экологической безопасности // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2011. № S6. С. 94–101.
5. Измайлов А.В. Некоторые проблемы построения интегрированных систем безопасности объектов // Современные охранные технологии и средства обеспечения комплексной безопасности объектов: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции. Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2002. С. 14–19.
6. Информационные процессы сложных систем / В.И. Сумин, Т.Е. Смоленцева, Р.Д. Апсалямова, С.Л. Сахаров // Актуальные проблемы деятельности подразделений УИС: сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции / Федеральная служба исполнения наказаний, Воронежский институт ФСИН России, 2016. С. 154–156.
7. Информационные технологии: учебное пособие / Ю.Ю. Громов, И.В. Дидрих, О.Г. Иванова [и др.]. Тамбов: Издательство ТГТУ, 2015. 192.

8. Кравченко А.С., Родин С.В., Смоленцева Т.Е. Аппаратно-программные средства и информационные процессы защиты систем предоставления пользователям доступа к программным ресурсам // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1. С. 357–363.
9. Надежность технических систем / Е.В. Сугак, Н.В. Василенко, Г.Г. Назаров [и др.]. Красноярск: Раско, 2001. 608 с.
10. Рогожин А.А., Дурденко В.А. Критериальное моделирование оценки качества функционирования и надежности интегрированных систем безопасности охраняемых объектов // Вестник Воронежского института МВД России. 2012. № 1. С. 205-214.
11. Сумин В.И., Чураков Д.Ю., Царькова Е.Г. Разработка моделей и алгоритмов информационных структур и процессов объектов особой важности // Промышленные АСУ и контроллеры. 2019. № 4. С. 30–39.
12. Техническое обеспечение связи и автоматизации / А.В. Чихачев, С.М. Третьяков, А.А. Бурлаков [и др.]. СПб.: ВАС, 2017. 302 с.
13. Управление контролем целостности эталонной автоматизированной информационной системы вневедомственной охраны / А.В. Душкин, М.А. Жукова, С.В. Родин, В.И. Сумин // Вестник Воронежского института ФСИИ России. 2013. № 1 С. 51–55.
14. Tsarkova E., Belyaev A., Churakov D., Andreeva E. (2020) Reliability forecasting for optimal planning of measures for maintenance of security systems of transport infrastructure facilities. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (Novosibirsk, 22–27 may 2020). Novosibirsk, 2020, p. 012090.
15. Tsarkova E., Belyaev A., Lagutin Y. (2022) Technical Diagnostics of Equipment Using Data Mining Technologies. Safety in Aviation and Space Technologies: Select Proceedings of the 9th World Congress «Aviation in the XXI Century». Cham: Springer, 2022, pp. 345–356.

References

1. Anfilatov V.S., Avramenko V.S., Pantyuhin O.I. (2015) *Osnovy postroeniya i funkcionirovaniya sistem avtomatizacii upravleniya vojskami i svyaz'yu* [Fundamentals of the construction and operation of automation systems for command and control of troops and communications]. St. Petersburg, VAS, 304 p. (in Russian).
2. Belyaev A.K., Car'kova E.G. (2020) *Stavka na kachestvo: prognozirovanie nadezhnosti tekhnicheskikh sredstv kak instrument podbora ohrannykh sistem* [Bet on quality: predicting the reliability of technical means as a tool for selecting security systems]. *Informacionnye tekhnologii v UIS*, no. 1, pp. 13–26 (in Russian).
3. Garsia M. (2003) *Proektirovanie i ocenka sistem fizicheskoy zashchity* [Design and evaluation of physical protection systems]. Moscow, Mir Publishing, 386 p. (in Russian).
4. Bahvalov L.A., Mogirev A.M. (2011) *Metody statisticheskogo prognozirovaniya v sistemah podderzhki prinyatiya reshenij ekologicheskoy bezopasnosti* [Statistical forecasting methods in environmental safety decision support systems]. *Gornyyinformacionno-analiticheskijzhurnal* (nauchno-tekhnicheskijzhurnal), no. S6, pp. 94–101 (in Russian).
5. Izmajlov A.V. (2002) *Nekotorye problem postroeniya integrirovannykh sistem bezopasnosti ob'ektov* [Some problems of building integrated security systems for objects]. *Sovremennye ohrannye tekhnologii i sredstva obespecheniya kompleksnoj bezopasnosti ob'ektov: materialy IV Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii* [Modern security technologies and means of ensuring integrated security of objects: Proc. of the IV All-Russian Scientific and Practical Conference]. Penza, Inform.-izdat. centr PGU, pp. 14–19 (in Russian).

6. Sumin V.I., Smolenceva T.E., Apsalyamova R.D., Saharov S.L. (2016) *Informacionnye process slozhnyh sistem* [Information process of complex systems]. *Aktual'nye problem deyatel'nosti podrazdelenij UIS: sbornik materialov Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii* [Actual problems of the activities of the units of the penal system: Proc. of materials of the All-Russian scientific and practical conference]. Federal'naya sluzhba ispolneniya nakazaniy, pp. 154–156 (in Russian).
7. Gromov Yu.Yu., Didrih I.V., Ivanova O.G., Ivanovskij M.A., Odnol'ko V.G. (2015) *Informacionnye tekhnologii* [Information Technology]. Tambov, Izd-vo TGTU, 192 p. (in Russian).
8. Kravchenko A.S., Rodin S.V., Smolenceva T.E. (2015). *Apparatno-programmnye sredstva i informacionnye processy zashchity system predostavleniya pol'zovatelyam dostupa k programmnyh resursam* [Hardware and software tools and information processes for protecting systems providing users with access to software resources]. *Sovremennye problem nauki i obrazovaniya*, no. 1, pp. 357–363 (in Russian).
9. Sugak E.V., Vasilenko N.V., Nazarov G.G. (2001) *Nadezhnost' tekhnicheskikh sistem* [Reliability of technical systems]. Krasnoyarsk, Rasko Publishing, 608 p. (in Russian).
10. Rogozhin A.A., Rogozhin A.A., Durdenko V.A. (2012) *Kriterial'noe modelirovanie ocenki kachestva funkcionirovaniya i nadezhnosti integrirovannyh system bezopasnosti ohranyaemyh ob'ektov* [Criteria modeling for assessing the quality of functioning and reliability of integrated security systems of protected objects]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii*, no. 1, pp. 205–214 (in Russian).
11. Sumin V.I., Churakov D.Yu., Car'kova E.G. (2019) *Razrabotka modelej i algoritmov informacionnyh struktur i processov ob'ektov osoboj vazhnosti* [Development of models and algorithms for information structures and processes of objects of special importance]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyery*, no. 4, pp. 30–39 (in Russian).
12. Chihachev A.V., Tret'yakov S.M., Burlakov A.A. (2017) *Tekhnicheskoe obespechenie svyazi i avtomatizacii* [Technical support of communication and automation]. St. Petersburg, VAS, 302 p. (in Russian).
13. Dushkin A.V, Zhukova M.A, Rodin S.V, Sumin V.I. (2013) *Upravlenie kontrolem celostnosti etalonnoj avtomatizirovannoj informacionnoj sistemy vnevedomstvennoj ohrany* [Control of the integrity of the reference automated information system of non-departmental security] *Vestnik Voronezhskogo instituta FSIN Rossii*, no.1, pp. 51–55 (in Russian).
14. Tsarkova E., Belyaev A., Churakov D., Andreeva E. (2020) Reliability forecasting for optimal planning of measures for maintenance of security systems of transport infrastructure facilities. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (Novosibirsk, 22–27 may 2020). Novosibirsk, 2020, p. 012090.
15. Tsarkova E., Belyaev A., Lagutin Y. (2022) Technical Diagnostics of Equipment Using Data Mining Technologies. Safety in Aviation and Space Technologies: Select Proceedings of the 9th World Congress «Aviation in the XXI Century». Cham: Springer, 2022, pp. 345–356.