

Тукмаков Д.А. Влияние учета межкомпонентного взаимодействия на параметры...

4. Zhitnikov V.P., Zajtsev A.N. Impul'snaya elektrokhimicheskaya razmernaya obrabotka. M.: Mashinostroenie, 2008. 413 s.
5. Kiselyov O.M., Kotlyar L.M. Nelinejnye zadachi teorii strujnykh techenij tyazhelej zhidkosti. Kazan': Izd-vo Kazan. un-ta, 1978. 156 s.
6. Klokov V.V. Elektrokhimicheskoe formoobrazovanie. Kazan': Izd-vo Kazan. un-ta, 1984. 80 s.
7. Kotlyar L.M., Minazetdinov N.M. Opredelenie formy anoda s uchetom svojstv elektrolita v zadachakh elektrokhimicheskoy obrabotki metallov // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2003. T. 44, № 3. S. 179–184.
8. Krylov A.L. Zadacha Koshi dlya uravneniya Laplasy v teorii elektrokhimicheskoy obrabotki metallov // Doklady AN SSSR. 1968. T. 178, № 2. S. 321–323.
9. Krylov A.L., Shuster V.G., Ejdel'man R.D. O reshenii ploskoj stacionarnoj zadachi elektrokhimicheskoy obrabotki metalla (zadacha Koshi dlya uravneniya Laplasy) // Elektronnaya obrabotka materialov. 1969. № 3. S. 21–27.
10. Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. Metody teorii funktsij kompleksnogo peremennogo. M.: Nauka, 1987. 688 s.
11. Minazetdinov N.M. O kavitatsionnom techenii ideal'noj neszhimaemoj zhidkosti pri elektrokhimicheskoy obrabotke metallov // Prikladnaya matematika i mekhanika. 2017. T. 81, vyp. 1. S. 45–53.
12. Minazetdinov N.M. Ob odnoj skheme fiktivnogo techeniya ideal'noj neszhimaemoj zhidkosti v zadache elektrokhimicheskoy obrabotki metallov // Informatsionnye tekhnologii intellektual'noj podderzhki prinyatiya reshenij: sbornik trudov konferentsii. Ufa: Izd-vo Ufimskogo aviats. tekhn. un-ta, 2019. S. 119–124.
13. Sedykin F.V. Razmernaya elektrokhimicheskaya obrabotka detalej mashin. M.: Mashinostroenie, 1976. 304 s.
14. Uitteker E.T., Watson Dzh.N. Kurs sovremennogo analiza. M.: Fizmatgiz, 1963. T. 2: Transsendentnye funktsii. 688 s.

DOI: 10.25586/RNU.V9I87.20.03.P.051

УДК 51-72, 533

Д.А. Тукмаков

ВЛИЯНИЕ УЧЕТА МЕЖКОМПОНЕНТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
НА ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ  
МОДЕЛИРОВАНИИ ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗОВЗВЕСИ В ВАКУУМ

Моделируется течение однородного газа и неоднородной среды. Целью является изучение влияния дисперсной компоненты смеси на истечение смеси в вакуум. Проводится сопоставление истечения вязкого газа с аналитическим решением для идеального (невязкого и нетеплопроводного газа), известным из литературы. Примененная математическая модель реализует континуальную методологию моделирования течения неоднородной среды. Методика моделирования движения смеси предполагает решение полной гидродинамической модели движения для каждой из компо-

нент смеси, системы уравнений движения компонент смеси связаны слагаемыми, отвечающими за межфазное силовое и тепловое взаимодействие.

*Ключевые слова:* межфазное взаимодействие, неоднородные среды, явная конечно-разностная схема.

D.A. Tukmakov

---

THE INFLUENCE OF TAKING INTO ACCOUNT  
THE INTERCOMPONENT INTERACTION ON THE PARAMETERS  
OF THE GAS FLOW IN THE MATHEMATICAL MODELING  
OF THE FLOW OF A GAS SUSPENSION INTO VACUUM

---

The flow of a homogeneous gas and an inhomogeneous medium is simulated. The aim is to study the effect of the dispersed component of the mixture on the outflow of the mixture into vacuum. A comparison of the flow of a viscous gas with the analytical solution for an ideal (inviscid and non-heat-conducting gas) known from the literature is carried out. The mathematical model used in the work implements a continuous methodology for modeling the flow of an inhomogeneous medium, this kind of methodology for modeling the mixture motion involves solving the complete hydrodynamic model of motion for each of the components of the mixture, the system of equations of motion of the components of the mixture are connected by the terms responsible for the interphase force and thermal interaction.

*Keywords:* interfacial interaction, heterogeneous media, explicit finite-difference scheme.

Течения неоднородных сред встречаются как в естественной природе, так и в технике. В ряде монографий представлена методология моделирования течения многофазных сред и смесей, в которых компоненты имеют различное агрегатное состояние, в том числе газовзвесей – аэрозолей и запыленных сред [4; 6; 14; 15]. Теоретическому и экспериментальному исследованию динамики газовзвесей посвящены публикации в периодических изданиях [1; 2; 3; 7; 8; 10; 11; 12; 13; 18; 19; 20]. В работе [8] математически моделируется и экспериментально исследуется оптимизация технологического процесса, связанного с динамикой дисперсных потоков. В работе [1] аналитически моделируется процесс аспирации в двумерной области без учета взаимного влияния несущей и дисперсной среды; предполагается, что динамика дисперсной компоненты не оказывает влияние на движение несущей среды. Одновременно с этим на данный момент является актуальным исследование влияния компонентов смеси на динамику потока неоднородных сред. В данной работе исследуется влияние дисперсной компоненты на течение двухфазного потока. Необходимость подобных теоретических исследований для промышленности связана с тем, что наличие дисперсных включений оказывает значительное влияние на характер процессов и рабочие характеристики устройств, в которых используются потоки неоднородных сред.

Динамика однородного вязкого газа в одномерном приближении описывалась системой уравнений, включающей в себя уравнение сохранения массы (1), уравнение Навье – Стокса (2) и уравнение сохранения полной энергии (3) для сжимаемого теплопроводного газа:

Тукмаков Д.А. Влияние учета межкомпонентного взаимодействия на параметры...

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau) = -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e + p - \tau]u + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q - |F|(u - u_1) - \alpha \left( \frac{\partial(pu)}{\partial x} \right), \quad (3)$$

$$\tau = \frac{4}{3} \mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad T = (\gamma - 1)(e / \rho - 0,5u^2) / R.$$

В работе используются следующие обозначения:  $p$ ,  $\rho$ ,  $u$  – соответственно давление, плотность, скорость газа;  $T$ ,  $e$  – соответственно температура и полная энергия газа. В уравнениях динамики неоднородной среды индексы 1 и 2 относятся соответственно к несущей и дисперсной компонентам смеси.

Динамика аэрозоля описывается системой уравнений (4)–(9), включающей в себя системы уравнений движения несущей и дисперсной фаз смеси с учетом межфазного взаимодействия:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau) = -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e_1 + p - \tau]u_1 + \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = -Q - |F|(u_1 - u_2) - \alpha \left( \frac{\partial(pu_1)}{\partial x} \right); \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) = F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial(e_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) = Q; \quad (9)$$

$$\rho_2 = \alpha \rho_{20}; \quad e_2 = \rho_2 C_p T_2;$$

$$F_S = \frac{3\alpha}{(8r)} C_d \rho |u_1 - u_2| (u_1 - u_2); \quad F_A = \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right);$$

$$F_{am} = 0,5\alpha \rho_2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right);$$

$$F = F_S + F_A + F_{am}; \quad Q = 6\alpha N u_1 \lambda (T_1 - T_2) / (2r)^2;$$

$$C_d = \frac{24}{Re_1} + \frac{4}{Re_1^{0,5}} + 0,4;$$

$$M_1 = |u_1 - u_2| / c; \quad Re_1 = \rho_1 |u_1 - u_2| 2r / \mu; \quad Pr = C_p \mu / \lambda.$$

Силовое взаимодействие несущей и дисперсной фазы учитывает силу Стокса  $F_s$ , силу Архимеда  $F_A$  и силу присоединенных масс  $F_{am}$ . Математическая модель предполагает монодисперсный состав дисперсной фазы газозвеси – все частицы имеют одинаковый размер и одинаковые физические свойства материала. В уравнении используются обозначения  $C_p$  – удельная теплоемкость единицы массы вещества, из которого состоят частицы;  $r$  – радиус частицы;  $\lambda$  и  $\mu$  – соответственно коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности газа;  $\gamma$  и  $R$  – соответственно постоянная адиабаты и газовая постоянная воздуха;  $\tau$  – тензор вязких напряжений газа в одномерном случае. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и Прандтля [14]:

$$Nu_1 = 2 \exp(-M_1) + 0,459 Re_1^{0,55} Pr^{0,33}.$$

Система уравнений движения двухфазной монодисперсной смеси в матричном виде имеет вид

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{E}_x = \mathbf{H}, \quad (10)$$

$$\mathbf{q} = [\rho_1, \rho_2, \rho_1 u_1, \rho_2 u_2, e_1, e_2]^T;$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ (\rho_1 u_1^2 + p - \tau) \\ \rho_2 u_2^2 \\ ((e_1 + p - \tau)u_1 - \lambda \partial T_1 / \partial x) \\ e_2 u_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F + \alpha \partial(\rho_1 u_1) / \partial x \\ F - \alpha \partial(\rho_1 u_1) / \partial x \\ -Q - |F|(u_1 - u_2) + \alpha \partial(\rho_1 u_1) / \partial x \\ Q \end{bmatrix}.$$

Система уравнений (10) решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка [17]. Явная схема Мак-Кормака включает в себя последовательно выполняемые шаги (11) и (12):

$$\mathbf{q}_j^* = \mathbf{q}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{E}_{j+1}^n - \mathbf{E}_j^n) + \Delta t \mathbf{H}_j^n; \quad (11)$$

$$\mathbf{q}_j^{n+1} = 0,5(\mathbf{q}_j^n + \mathbf{q}_j^*) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{E}_j^* - \mathbf{E}_{j-1}^*) + 0,5 \Delta t \mathbf{H}_j^*. \quad (12)$$

Здесь  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  – соответственно шаги по временной и пространственной координатам;  $j$ ,  $n$  – соответственно индекс узлов по координатам  $x$  и  $t$ .

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака дополнялся схемой коррекции сеточной функции, позволяющей преодолеть численные осцилляции [5; 9].

При моделировании динамики неоднородной среды задавались следующие граничные условия [14]:

$$u_1(t, 1) = 0, \quad u_2(t, 1) = 0;$$

$$e_1(t, 1) = e_1(t, 2), \quad e_2(t, 1) = e_2(t, 2),$$

$$\rho_1(t, 1) = \rho_1(t, 2), \quad \rho_2(t, 1) = \rho_2(t, 2).$$

Тукмаков Д.А. Влияние учета межкомпонентного взаимодействия на параметры...

$$\begin{aligned}
 u_1(t, N) &= u_1(t, N-1), \quad u_2(t, N) = u_2(t, N-1), \\
 e_1(t, N) &= e_1(t, N-1), \quad e_2(t, N) = e_2(t, N-1), \\
 \rho_1(t, N) &= \rho_1(t, N-1), \quad \rho_2(t, N) = \rho_2(t, N-1).
 \end{aligned}$$

В начальный момент времени компоненты смеси покоились:

$$u_1(0, i) = 0, \quad u_2(0, i) = 0.$$

Для всех искомых функций в моделируемой области течения задавались начальные значения:

$$\begin{aligned}
 (x < L/2): \quad & e_1(0, i) = e_{10}, \quad e_2(0, i) = e_{20}, \quad \rho_1(0, i) = \rho_{10}, \quad \rho_2(0, i) = \rho_{20}; \\
 (x \geq L/2): \quad & e_1(0, i) = 0, \quad e_2(0, i) = 0, \quad \rho_1(0, i) = 0, \quad \rho_2(0, i) = 0.
 \end{aligned}$$

Численное решение проводилось на равномерной сетке с количеством узлов  $N = 1000$  вдоль оси  $x$ . Алгоритм численного решения системы уравнений математической модели был реализован на языке Fortran.

Компьютерная реализация численной модели имеет следующую структуру:

- 1) блок задания начальных значений параметров смеси;
- 2) подпрограмма вычисления межфазного силового взаимодействия и теплообмена;
- 3) подпрограмма численного решения.

Вычисление значений параметров компонент газозвеси на каждом последующем временном слое осуществляется последовательным применением шагов 2, 3.

Начальное объемное содержание вещества дисперсной фазы  $\alpha = 0,001$ ; физическая плотность вещества дисперсной фазы  $\rho_{10} = 2500 \text{ кг/м}^3$ ; радиус частиц  $r = 10 \text{ мкм}$ ; начальное давление и температура газа  $p = 98 \text{ кПа}$  и  $T = 293 \text{ К}$ ;  $L = 1 \text{ м}$ .

На рисунке 1 представлено схематичное изображение канала, из одной части которого откачен газ.

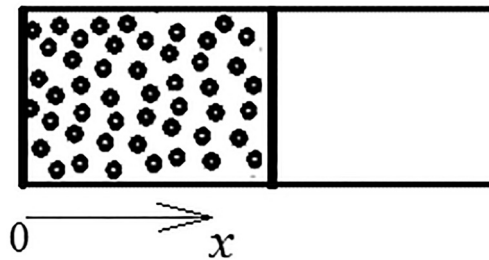
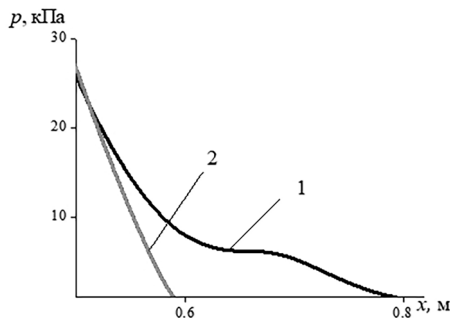


Рис. 1. Схематичное изображение канала с запыленной средой

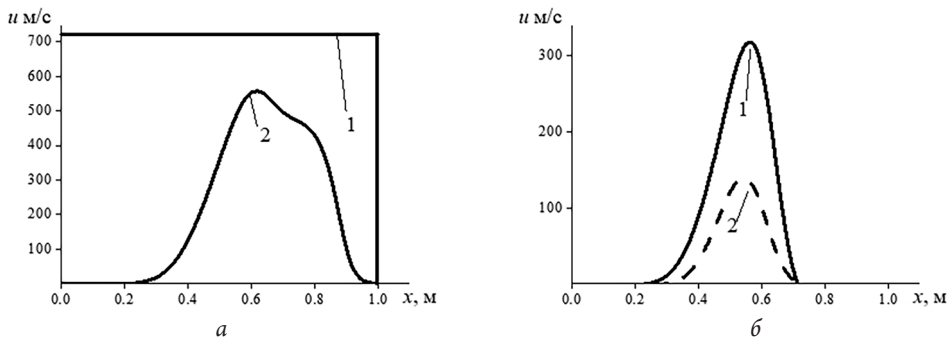
Результаты численных расчетов давления газа в процессах истечения в вакуум различных сред представлены на рисунке 2.

За счет межфазного взаимодействия процессы в вязком газе и в вязком газе с дисперсной компонентой волны давления имеют различную скорость движения и различный

профиль. Сопоставление максимальной скорости потока невязкого газа (724 м/с) в аналитическом решении [16] (кривая 1) с численным решением максимальной скорости потока (560 м/с) однородного вязкого газа (кривая 2) показывает (рис. 3-а), что учет вязких напряжений в математической модели уменьшает рассчитанную скорость движения среды. Вычисленная скорость потока вязкого газа при распространении запыленной среды в вакуум (рис. 3-б, кривая 1) достигает максимального значения 317 м/с за время меньше, чем в однородном газе (рис. 3-а). При этом скорость потока дисперсной фазы (рис. 3-б, кривая 2) в запыленной среде достигает максимального значения 138 м/с, что существенно меньше, чем скорость потока несущей среды газозвеси (рис. 3-б).



**Рис. 2.** Расчеты давления газа в процессах истечения в вакуум различных сред:  
1 – пространственное распределение давления при разлете в вакуум однородного вязкого газа;  
2 – вязкого газа с дисперсной компонентой



**Рис. 3.** Пространственное распределение скоростей газа:  
а – в аналитическом решении для невязкого газа (кривая 1) и в численном решении для вязкого газа (кривая 2); б – для численных скоростей несущей (кривая 1) и дисперсной (кривая 2) компонент газозвеси

Наличие межфазного взаимодействия оказывает существенное влияние на процесс разлета газозвеси в вакуум, за счет чего скорость потока сплошной среды в однородном вязком газе, вязком газе с дисперсной компонентой и скорость потока дисперсной компоненты отличаются друг от друга.

При истечении газозвеси в вакуум процесс массопереноса дисперсной компоненты смеси (кривая 2) более длительный, чем процесс массопереноса газа (кривая 1) (рис. 4).

Тукмаков Д.А. Влияние учета межкомпонентного взаимодействия на параметры...

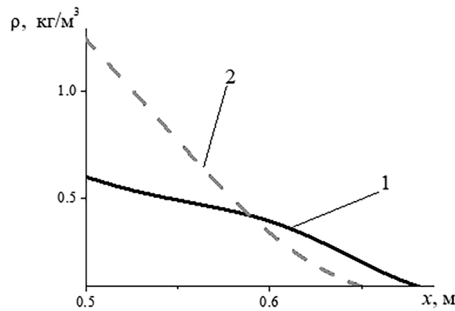


Рис. 4. Длительность процесса массопереноса:  
1 – газа; 2 – дисперсной компоненты смеси

#### Заключение

В данной работе были проведены численные расчеты истечения в вакуум однородной вязкой среды и вязкой среды с дисперсной примесью. Выявлено, что учет математической модели межфазного взаимодействия приводит к тому, что скорость движения несущей среды в смеси имеет меньшее значение, чем скорость истечения однородного вязкого газа.

Численные расчеты показывают, что процесс массопереноса дисперсной компоненты смеси более длительный, чем процесс массопереноса несущей компоненты смеси. Закономерности, полученные в вычислительных экспериментах, можно использовать при разработке и оптимизации аппаратов и промышленных технологий, в которых происходит истечение дисперсного потока в разреженную среду. Сопоставление математических моделей динамики однородного вязкого газа и вязкого газа с дисперсной компонентой показывает существенное влияние учета взаимодействия компонент на динамику всей смеси.

#### Литература

1. Ванюнина М.В., Галеев Р.С., Зарипов Ш.Х., Скворцов Э.В. Аспирация аэрозоля в цилиндрический пробоотборник из низкоскоростного нисходящего потока и из неподвижной среды // Прикладная механика и техническая физика. 2005. № 2. С. 122–129.
2. Глазунов А.А., Дьяченко Н.Н., Дьяченко Л.И. Численное исследование течения ультрадисперсных частиц оксида алюминия в сопле ракетного двигателя твердого топлива // Теплофизика и аэромеханика. 2013. № 1. С. 81–88.
3. Кратова Ю.В., Фёдоров А.В., Хмель Т.А. Дифракция плоской денотационной волны на обратном уступе в газозвеси // Физика горения и взрыва. 2009. № 5. С. 95–107.
4. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
5. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т. 5, № 3. С. 74–83.
6. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред: монография. М.: Наука, 1978. 336 с.

7. Садин Д.В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56, № 12. С. 2098–2109.
8. Тарасенко А.П., Оробинский В.И., Гиевский А.М., Тарабрин Д.С., Анненков М.С. Обоснование принципиальной схемы воздушно-решетного сепаратора семян // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2017. № 4. С. 95–102.
9. Тукмаков А.А. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33–36.
10. Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на параметры отражения ударной волны при распространении ударных волн из запыленных сред в однородный газ // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2019. № 4. С. 121–131.
11. Тукмаков Д.А. Численное исследование скоростного скольжения фаз при прохождении ударной волны малой интенсивности из чистого газа в запыленную среду // Многофазные системы. 2019. Т. 14, № 2. С. 125–131.
12. Тукмаков Д.А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т. 27, вып. 3. С. 73–85.
13. Тукмаков Д.А. Численное моделирование ударно-волновых течений в газозвеси с неоднородной концентрацией дисперсной фазы // Авиационная техника. 2019. № 1. С. 54–59.
14. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С.Г. Кисилев и др. Новосибирск: Наука, 1992. 261 с.
15. Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Волновые процессы в газозвезях частиц металлов. Новосибирск, 2015. 301 с.
16. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
17. Fletcher C.A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. Berlin: Springer-Verlag, 1988. 502 p.
18. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat Transfer Enhancement in a Gas-Solid Suspension Flow by Applying Electric Field // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 93. P. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063.
19. Tukmakov D.A. Numerical Study of Polydisperse Aerosol Dynamics with the Drops Destruction // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40, № 6. P. 824–827.
20. Zhuoqing A. Jesse Z. Correlating the Apparent Viscosity with Gas-Solid Suspension Flow in Straight Pipelines // Powder Technology. 2019. Vol. 345. P. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098.

### Literatura

1. Vanyunina M.V., Galeev R.S., Zaripov Sh.Kh., Skvortsov E.V. Aspiratsiya aerolya v tsilindricheskij probotbornik iz nizkoskorostnogo niskhodyashchego potoka i iz nepodvizhnoj sredy // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2005. № 2. S. 122–129.
2. Glazunov A.A., D'yachenko N.N., D'yachenko L.I. Chislennoe issledovanie techeniya ul'tradispersnykh chastits oksida alyuminiya v soople raketnogo dvigatelya tverdogo topliva // Teplofizika i aeromekhanika. 2013. № 1. S. 81–88.



Тукмаков Д.А. Влияние учета межкомпонентного взаимодействия на параметры...

3. *Kratova Yu.V., Fyodorov A.V., Khmel' T.A.* Difraktsiya ploskoj denotatsionnoj volny na obratnom ustupe v gazovzvesi // *Fizika goreniya i vzryva*. 2009. № 5. S. 95–107.
4. *Kutushev A.G.* Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh. SPb.: Nedra, 2003. 284 s.
5. *Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V.* Primenenie kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniyu nestatsionarnykh techenij szhimaemogo gaza // *Matematicheskoe modelirovanie*. 1993. T. 5, № 3. S. 74–83.
6. *Nigmatulin R.I.* Osnovy mekhaniki geterogennykh sred: monografiya. M.: Nauka, 1978. 336 s.
7. *Sadin D.V.* TVD-skema dlya zhestkikh zadach volnovej dinamiki geterogennykh sred negiperbolicheskogo nekonservativnogo tipa // *ZHurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki*. 2016. T. 56, № 12. S. 2098–2109.
8. *Tarasenko A.P., Orobinskij V.I., Gievskij A.M., Tarabrin D.S., Annenkov M.S.* Obosnovanie printsipial'noj skhemy vozdušno-reshetnogo separatora semyan // *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*. 2017. № 4. S. 95–102.
9. *Tukmakov A.L.* Chislennoe modelirovanie akusticheskikh techenij pri rezonansnykh kolebaniyakh gaza v zakrytoj trube // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Aviationsnaya tekhnika*. 2006. № 4. S. 33–36.
10. *Tukmakov D.A.* Chislennoe issledovanie vliyaniya elektricheskogo zaryada dispersnoj fazy na parametry otrazheniya udarnoj volny pri rasprostranении udarnykh voln iz zapylennykh sred v odnorodnyj gaz // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Povolzhskij region. Fiziko-matematicheskie nauki*. 2019. № 4. S. 121–131.
11. *Tukmakov D.A.* Chislennoe issledovanie skorostnogo skol'zheniya faz pri prokhozhdenii udarnoj volny maloj intensivnosti iz chistogo gaza v zapylennuyu sredu // *Mnogofaznye sistemy*. 2019. T. 14, № 2. S. 125–131.
12. *Tukmakov D.A.* Chislennoe modelirovanie kolebanij elektricheskoi zaryazhennoj geterogennoj sredy, obuslovlennykh mezhkomponentnym vzaimodejstviem // *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelinejnaya dinamika*. 2019. T. 27, vyp. 3. S. 73–85.
13. *Tukmakov D.A.* Chislennoe modelirovanie udarno-volnovykh techenij v gazovzvesi s neodnorodnoj kontsentratsiej dispersnoj fazy // *Aviationsnaya tekhnika*. 2019. № 1. S. 54–59.
14. *Udarno-volnovye protsessy v dvukhkomponentnykh i dvukhfaznykh sredakh / S.G. Kisilev i dr.* Novosibirsk: Nauka, 1992. 261 s.
15. *Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel' T.A.* Volnovye protsessy v gazovzvesyakh chastits metallov. Novosibirsk, 2015. 301 s.
16. *Chernyj G.G.* Gazovaya dinamika. M.: Nauka, 1988. 424 s.
17. *Fletcher C.A.* Computation Techniques for Fluid Dynamics. Berlin: Springer-Verlang, 1988. 502 r.
18. *Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y.* Heat Transfer Enhancement in a Gas-Solid Suspension Flow by Applying Electric Field // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 93. P. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063.
19. *Tukmakov D.A.* Numerical Study of Polydisperse Aerosol Dynamics with the Drops Destruction // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2019. Vol. 40, № 6. P. 824–827.
20. *Zhuoqing A. Jesse Z.* Correlating the Apparent Viscosity with Gas-Solid Suspension Flow in Straight Pipelines // *Powder Technology*. 2019. Vol. 345. P. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098.