

УДК 519.81

И.С. Клименко¹
М.А. Плуталов²

I.S. Klimenko
M.A. Plutalov

О РАНЖИРОВАНИИ КРИТЕРИЕВ ВЫБОРА РЕШЕНИЙ, СФОРМИРОВАННЫХ НА МАТРИЦЕ РИСКА

ABOUT RANKING OF CRITERIONS FOR SELECTION OF SOLUTIONS FORMED ON THE RISK MATRIX

Проведен анализ степени взаимной корреляции ряда критериев выбора решений в условиях статистической неопределенности, сформированных на матрице риска (потерь). Ранжирование этих критериев по степени риска позволило установить между ними отношения нестрогого порядка. Тем самым показана возможность использования порядковой шкалы, позволяющей варьировать априорную степень рискованности стратегий при решении задач класса «игра с природой».

Ключевые слова: критерий, корреляция, стратегия, матрица, оптимизм.

The analysis of cross-correlation degree of a number of criteria for selection of solutions under statistical indefiniteness formed on risk (loss) matrix is presented. The ranking of this criterions by risk degree allowed to establish the relation of non-strict order between them. Thus, it is shown the possibility of using rank scale, which allow to vary the a priori risk degree of strategies when solving problems of the class "game with nature".

Keywords: criterion, risk, correlation, strategy, matrix, optimism.

Проблема управления соотношением оптимизма и пессимизма является основной для лица, принимающего решение (ЛПР) в задаче выбора стратегий в условиях статистической неопределенности («игра с природой»). Один из подходов к решению этой проблемы состоит в использовании критерия Гурвица [1–4], дающего возможность варьировать значение коэффициента оптимизма в зависимости от специфики задачи выбора стратегии и предпочтений ЛПР по отношению к риску. Однако возможности критерия Гурвица в этом отношении весьма ограничены,

поскольку он взвешивает две экстремальные ситуации – наилучшую (критерий максимакса) и наихудшую (критерий Вальда), полностью игнорируя остальные.

Поэтому в большинстве случаев выбор для ЛПР ограничен либо предельно оптимистичным, либо предельно осторожным решением. Однако в ряде случаев при средних значениях коэффициента оптимизма выбор по критерию Гурвица указывает на третью промежуточную альтернативу, которую, как правило, рекомендуют критерии Лапласа и Эвиджа. В частности в нашей работе [5] анализ случайной выборки из 150 матриц эффективности с размерностью 6x6 и с нормальным распределением двучисленных чисел показал, что критерий Гурвица вопреки ожиданиям находит третью (промежуточную) альтернативу в 15% случаев.

Кроме того в [5], а также в [6–7] было показано, что в 22% случаев имеет место совпа-

¹ Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем в экономике и управлении АНО ВО «Российский новый университет».

© Клименко И.С., 2017.

² Аспирант АНО ВО «Российский новый университет».

© Плуталов М.А., 2017.

дение выбора единственной (оптимальной) альтернативы по критериям Вальда и максимакса, причем на эту альтернативу указывают также критерии среднего оптимизма – Лапласа и Сэвиджа. Тем не менее в основном критерий Гурвица «не чувствует» промежуточных альтернатив, причем в ряде случаев при изменении коэффициента оптимизма в пределах 30–50% одна из двух выбранных альтернатив не изменялась. Это означает, что на практике ЛПП, применяя критерий Гурвица, может в широких пределах варьировать коэффициентом оптимизма, оставаясь при неизменном выборе одной из двух альтернатив.

В этой связи, в работе [8] мы рассмотрели возможность формирования порядковой измерительной шкалы для априорного выбора оптимизма критериев выбора решений. Для этого были привлечены основные классические критерии, а также был сформирован ряд дополнительных критериев на матрице риска (потерь). При этом коэффициент оптимизма критерия Гурвица использовался для задания равномерных градаций формируемой (заведомо неравномерной) шкалы.

В результате удалось установить относительно устойчивые отношения нестрогого порядка для группы из шести критериев, а именно: критериев Вальда, Сэвиджа, произведения Лапласа, максимакса и предложенного нами критерия существенного риска, который занял позицию между критериями Лапласа и максимакса. Однако некоторые дополнительные критерии, сформированные на матрице риска (потерь) по аналогии с классическими критериями, были нами отвергнуты, поскольку проявили весьма слабую степень корреляции со своими классическими аналогами. Тем не менее, представляет интерес оценивание возможности построения дополнительной (альтернативной) ранговой шкалы для измерения риска ЛПП при принятии решения в условиях статистической неопределенности.

Для решения этой задачи рассмотрим следующие критерии, сформированные на матрице риска: максимакса риска (K_{MR}), существенного риска (K_R), усредненного (среднего) риска (K_{AR}), максимина (K_{Mm}) и хорошо известный минимаксный критерий Сэвиджа (K_{mM}).

Формально новые критерии, сформированные на матрице риска, могут быть представлены следующим образом.

Критерий максимакса риска:

$$K_{MR} = \max_i \max_j \Delta x_{ij} \quad (1)$$

где Δx_{ij} – разность между максимальной и текущей оценками в каждом столбце матрицы риска.

Критерий усредненного риска:

$$K_{AR} = \max_i \left(\frac{1}{n} \Delta x_{ij} \right). \quad (2)$$

Критерий максимина риска:

$$K_{Mm} = \max_i \min_j \Delta x_{ij}. \quad (3)$$

Критерий существенного риска:

$$K_R = \max_i \max_j \Delta y_{ij} \quad (4)$$

где Δy_{ij} – разность между максимальным и текущим значениями эффективности в каждой строке матрицы эффективности.

Объединим все рассматриваемые критерии на пробной ранговой шкале риска, упорядочив их по мере уменьшения степени их взаимной корреляции с критерием рискового максимакса.

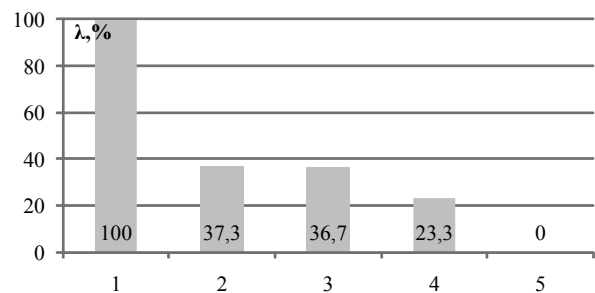


Рис. 1. Коэффициенты взаимной корреляции (λ_{n-MR}) выделенных критериев с критерием максимакса риска ($1 - \lambda_{MR-MR} = 1,0$; $2 - \lambda_{R-MR} = 0,3733$; $3 - \lambda_{AR-MR} = 0,3666$; $4 - \lambda_{Mm-MR} = 0,2333$; $5 - \lambda_{mM-MR} = 0$.)

Как видим, имеет место плавное уменьшение значений коэффициентов парной корреляции рассмотренных критериев с критерием рискового максимакса, т.е. между выделенными критериями существует отношение строгого порядка по степени их рискованности:

$$K_{mM} < K_{Mm} < K_{AR} < K_R < K_{MR}. \quad (5)$$

Оценим устойчивость выявленного отношения, ранжируя рассматриваемые критерии по мере убывания коэффициентов их парной корреляции с минимаксным критерием Сэвиджа (рис. 2).

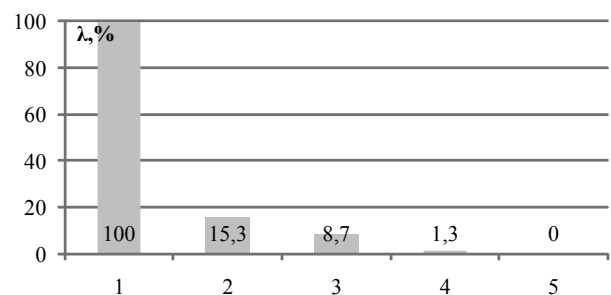


Рис. 2. Коэффициенты взаимной корреляции (λ_{n-mM}) выделенных критериев с критерием минимакса риска (Сэвиджа) ($1 - \lambda_{mM-mM} = 1,0$; $2 - \lambda_{Mm-mM} = 0,1533$; $3 - \lambda_{R-mM} = 0,0866$; $4 - \lambda_{AR-mM} = 0,0133$; $5 - \lambda_{MR-mM} = 0$.)

Как видим, отношение строгого порядка степени рискованности критериев полностью не сохраняется: изменилось взаимное положение критериев существенного риска и усредненного риска:

$$K_{mM} < K_{Mm} < K_R < K_{AR} < K_{MR}. \quad (6)$$

Следовательно, можно считать, что между критерием существенного риска K_R и критерием усредненного риска K_{AR} существует отношение эквивалентности ($K_R \approx K_{AR}$).

Сформированная порядковая шкала рисков может в принципе быть использована при выборе решений в условиях риска в качестве вспомогательного инструмента – дополнительно к предложенной в [4] порядковой шкале оптимизма. При этом следует иметь в виду относительную устойчивость отношений порядка рассмотренных нетрадиционных критериев, т.е. учитывать существование между некоторыми из них отношений нестрогого порядка.

Литература

1. Бродецкий Г.Л. Системный анализ в логистике. Выбор в условиях неопределенности. – М. : Academia, 2010. – 336 с.
2. Лабскер Л.Г. Теория критериев оптимальности и экономические решения. – М. : Кнорус, 2012. – 744 с.

3. Savage, L.J. The theory of statistical decision // J. Amer. Statistic Association. – 1951. – Vol. 46. – N 253. – P. 55–67.

4. Клименко И.С. Теория систем и системный анализ. – М. : РосНОУ, 2014. – 256 с.

5. Клименко И.С., Плуталов М.А., Чеботарев Г.А. К формированию ранговой шкалы оптимизма критериев выбора решений в «игре с природой» // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2016. – № 3. – С. 19–23.

6. Клименко И.С., Плуталов М.А., Чеботарев Г.А. Сравнительный анализ критериев выбора стратегий в «игре с природой» // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2015. – № 1. – С. 55–59.

7. Клименко И.С., Плуталов М.А., Чеботарев Г.А. К вопросу об оценивании оптимизма критериев выбора стратегий в «игре с природой» // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2015. – № 10. – С. 19–24.

8. Клименко И.С., Плуталов М.А. О парадоксальном результате применения критерия Гурвица для поиска взвешенных решений в «игре с природой» // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2016. – № 3. – С. 24–29.