



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 537.86

А.С. Крюковский¹
Б.Г. Кутуза²
Ю.И. Бова³

A.S. Kryukovsky
B.G. Kutuza
Yu.I. Bova

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИОНОСФЕРЫ ЗЕМЛИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН P-ДИАПАЗОНА⁴

THE INVESTIGATION OF INFLUENCE OF THE EARTH'S IONOSPHERE ON THE PROPAGATION OF P-BAND RADIO WAVES

В настоящей работе методом бихарактеристик рассмотрены особенности влияния ионосферы Земли на распространение радиоволн высокочастотного P-диапазона. Получены оценки величин угла фарадеевского вращения в зависимости от взаимной ориентации лучевых траекторий и вектора напряженности внешнего магнитного поля.

Ключевые слова: радиоволны, бихарактеристическая система, ионосфера, отклонение фазы, фарадеевское вращение.

In this paper, the features of the Earth's ionosphere influence on the propagation of radio waves of the high-frequency P-band are considered by the method of bicharacteristics. The estimates of the angular values of the Faraday rotation as a function of the mutual orientation of the ray trajectories and the external magnetic field intensity vector are obtained.

Keywords: radio waves, bicharacteristic system, ionosphere, phase deviation, Faraday rotation.

В настоящей работе рассмотрены особенности влияния ионосферы Земли, на распростра-

¹ Доктор физико-математических наук, профессор, декан факультета информационных систем и компьютерных технологий АНО ВО «Российский новый университет».

© Крюковский А.С., 2017.

² Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией ФГБУН Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

© Кутуза Б.Г., 2017.

³ Старший преподаватель кафедры информационных технологий и естественно-научных дисциплин АНО ВО «Российский новый университет».

© Бова Ю.И., 2017.

⁴ Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №15-02-04206-а, №17-02-01183-а)

нение радиоволн высокочастотного P-диапазона (430 МГц). Актуальность темы исследования определяется тем, что радиоволны именно этого диапазона применяются для восстановления профиля электронной концентрации ионосферной плазмы методом радиотомографии [1; 2], а также при проектировании космических антенн с синтезированной апертурой [3].

В работе рассмотрена модель высокоширотной дневной ионосферной плазмы. Профиль электронной концентрации дневной высокоширотной ионосферы имеет вид [4], представленный на рис. 1:

Обычно на таких частотах предполагается, что траекторию луча можно считать прямой линией, соединяющей передатчик и приёмник. Од-

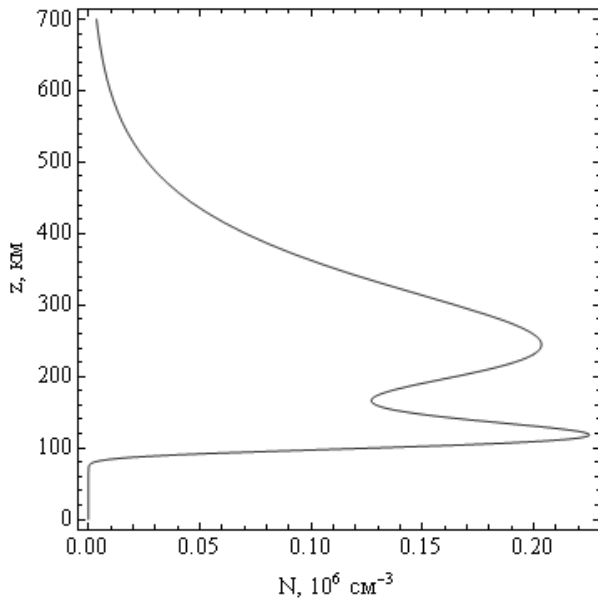


Рис. 1. Зависимость электронной концентрации от высоты

нако это не совсем верно, так как на отдельные параметры влияние ионосферы может быть существенным.

Траекторию луча можно рассчитать более точно на основе решения бихарактеристической системы [5; 6; 7]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{d\tau} &= \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}}, & \frac{d\vec{k}}{d\tau} &= -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}}, \\ \frac{dt}{d\tau} &= -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, & \frac{d\omega}{d\tau} &= \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

в которой гамильтониан имеет вид:

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(\vec{r}, \vec{k}, \omega). \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) $\vec{r} = (x, y, z)$ – координаты точки наблюдения, $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ – волновой вектор, ω – круговая частота излучения, f – рабочая частота, t – групповое время, τ – параметр вдоль лучевой траектории, $\varepsilon_r(\vec{r}, \vec{k}, \omega)$ – действительная часть эффективной диэлектрической проницаемости среды распространения, $c = 2,997925 \cdot 10^8$ м/с – скорость света. В первом приближении можно считать, что

$$\varepsilon_r(\vec{r}, \vec{k}, \omega) = 1 - \nu, \quad (3)$$

где ν – отношение квадрата плазменной частоты к квадрату рабочей:

$$\nu = \left(\frac{\omega_{пл}}{\omega} \right)^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m_e \omega^2}. \quad (4)$$

В формуле (4) $e = 4,8029 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ – заряд электрона, $m_e = 9,108 \cdot 10^{-28}$ г – масса электрона, N – величина электронной концентрации в фиксированной точке пространства.

Предположим, что начальный волновой вектор $\vec{k}(0)$ параметрически зависит от угла выхода луча α_0 :

$$k_x(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0, \quad k_y(0) = 0,$$

$$k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0, \quad (5)$$

источник излучения – точечный, и расположен он в точке с координатами (x_0, y_0, z_0) :

$$\vec{r}|_{t=0} = (x_0, 0, z_0). \quad (6)$$

Величина ε_0 в выражении (5) – это значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в источнике излучения.

На рис. 2 показаны лучевые траектории в плоскости (x, z) :

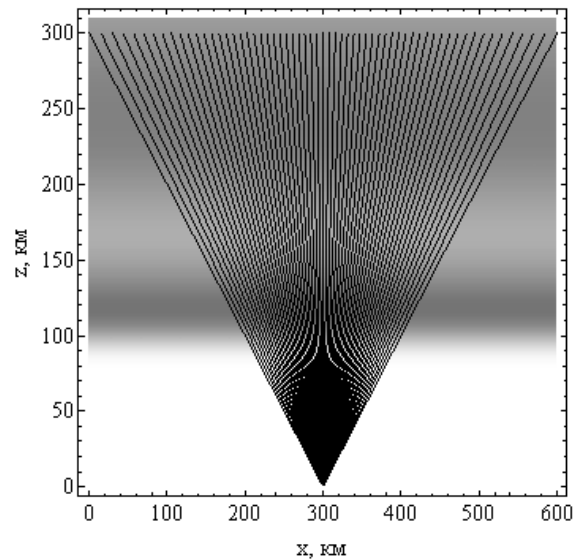


Рис. 2. Лучевые траектории на фоне профиля электронной концентрации ионосферы, $f = 430$ МГц

Источник излучения расположен на высоте $z_r = 300$ км и горизонтально перемещается. Угол раствора конуса лучей во всех расчетах – от 45 до 135 градусов. Приемник расположен на поверхности Земли на расстоянии $x_p = 300$ км от начала координат. Выделены только те траектории, которые приходят в точку наблюдения. Серым цветом показано распределение электронов в ионосфере, причем более темные области соответствуют более высокой электронной концентрации.

На рис. 3 приведена зависимость группового времени от координаты x источника излучения. Видно, что зависимость – квазипараболическая,

причем групповая задержка принимает минимальное значение строго под источником.

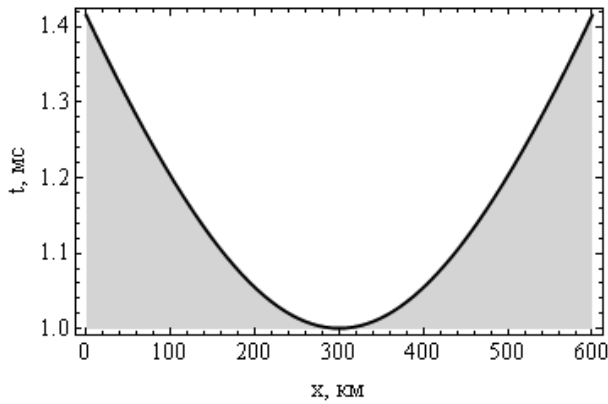


Рис. 3. Зависимость группового времени от координаты x выхода луча, $f=430$ МГц

Визуально все траектории на рис. 1 – прямые линии. Однако на самом деле они испытывают рефракцию при распространении и отклоняются от прямой. На рис. 4 показано отклонение луча вдоль траектории по вертикали:

$$\Delta z = z(t) - \frac{x(t) - x_p}{x_p - x(t_r)} z_r. \quad (7)$$

В формуле (7) величина t_r – это групповое время прихода луча на высоту z_r . Видно, что вдоль траектории луч отклоняется на величину порядка длины волны, а затем в точке приёма отклонение опять становится нулевым.

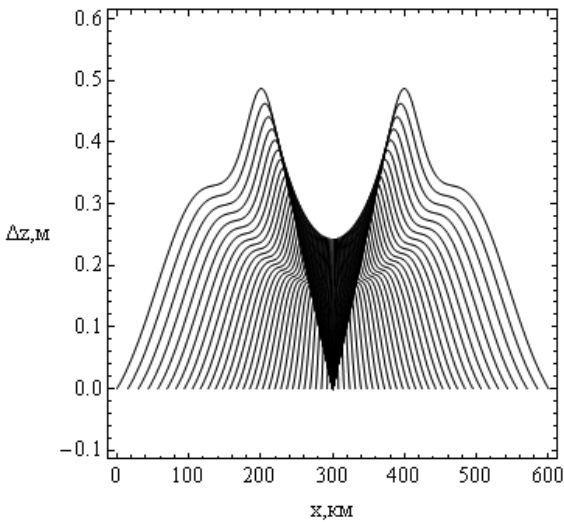


Рис. 4. Отклонение лучевых траекторий по вертикали, $f=430$ МГц

На рис. 5 показано отклонение $\Delta\alpha$ угла прицеливания α от прямой линии:

$$\Delta\alpha = \alpha_n - \alpha. \quad (8)$$

В формуле (8) α_n – это угол между прямой линией, соединяющей передатчик и приемник, и положительным направлением оси x , а α – это угол между касательной к лучу в точке приема и положительным направлением оси x . Формулу (8) можно переписать в виде:

$$\Delta\alpha = \pi - \alpha_t - \alpha, \quad (9)$$

где угол α_t , дополнительный к углу α_n , определяется из соотношений:

$$\sin \alpha_t = -z_r / R, \quad \cos \alpha_t = \frac{x_p - x(t_r)}{R}, \quad (10)$$

где R – расстояние между источником и приёмником по прямой $R = \sqrt{z_r^2 + (x_r - x_p)^2}$.

Из рисунка следует, что отклонение $\Delta\alpha$ очень незначительное и составляет порядка тысячной градуса для лучей, близких к крайним. Однако, как это будет показано ниже, это приводит к существенному изменению фазы вдоль луча и к фарадеевскому вращению вектора поляризации.

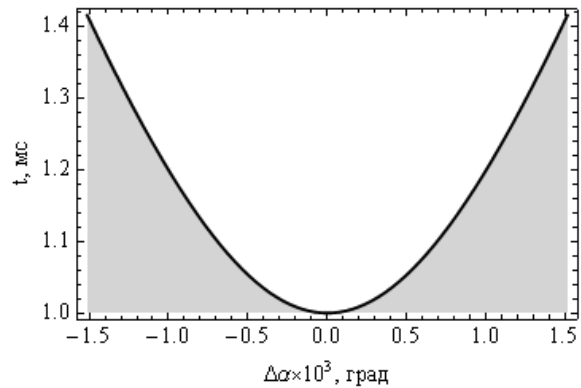


Рис. 5. Отклонение угла прицеливания от прямой линии, $f=430$ МГц

На рис. 6 приведена зависимость относительной скорости изменения фазы (отложена по горизонтали) от высоты. Относительная скорость изменения фазы с высотой определяется формулой

$$\Phi'_o(t) = \frac{dx}{dt} k_x(t) + \frac{dy}{dt} k_y(t) + \frac{dz}{dt} k_z(t) - \omega = \Phi'(t) - \omega \quad (11)$$

и в случае применения изотропной и плоско-слоистой модели среды не зависит от траектории:

$$\Phi'_o(t) = \omega(\varepsilon(z(t)) - 1). \quad (12)$$

Видно, что минимумы кривой отслеживают положение максимумов ионосферных слоёв, а максимум соответствует межслоевой долине.

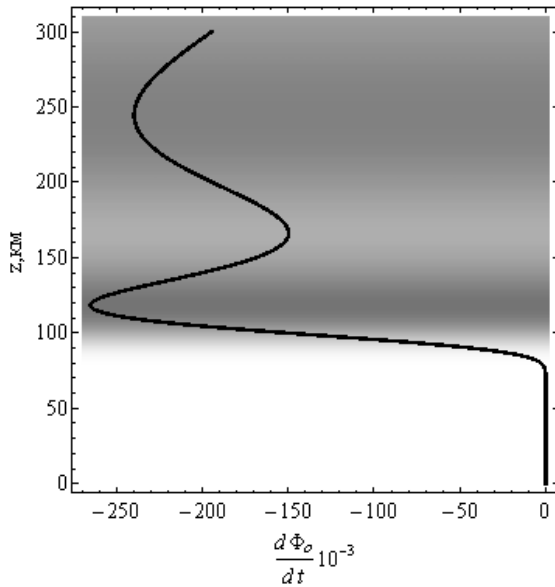


Рис. 6. Зависимость скорости изменения фазы от высоты, $f=430$ МГц

На рис. 7 показано отклонение фазы (по горизонтали) от группового времени (по вертикали) в точке приема сигнала. Для вычисления фазы использовалась формула:

$$\Phi(t) = \int_0^t \Phi'(\eta) d\eta. \quad (13)$$

Разность фаз $\Delta\Phi$ вычислялась как

$$\Delta\Phi = \Phi - \omega R / c, \quad (14)$$

где $\omega R / c$ – фаза луча в пустоте вдоль прямой. Видно, что зависимость линейная, причем ионосфера вносит существенный вклад в величину фазы, в данном случае от 10 до 20 периодов.

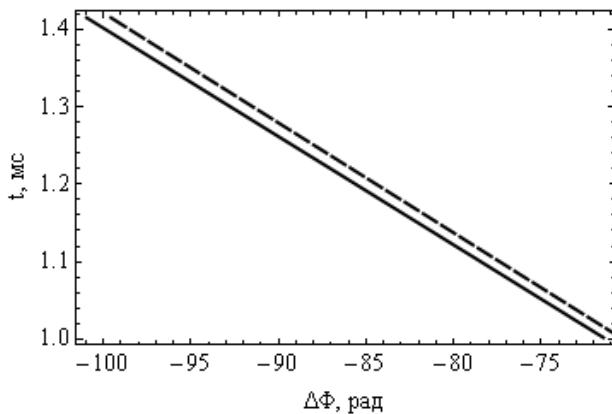


Рис. 7. Зависимость отклонения фазы (по горизонтали) от группового времени (по вертикали), $f=430$ МГц – сплошная линия, $f=436$ МГц – штриховая линия

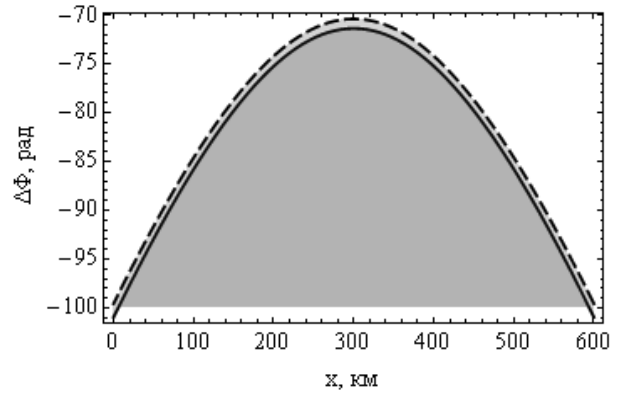


Рис. 8. Зависимость отклонения фазы от фазы в пустоте от координаты, $f=430$ МГц – сплошная линия, $f=436$ МГц – штриховая линия

Изучая рис. 7, можно оценить изменение отклонения фазы в рамках рабочей полосы. Оно порядка 1 радиана. На рис. 8 показана зависимость отклонения фазы от горизонтальной координаты x , соответствующей координате выхода луча. Форма кривой – квазипарабола. Как и следовало ожидать, наименьшее отклонение фазы соответствует вертикальному лучу.

Теперь рассмотрим фарадеевское вращение плоскости поляризации, считая что обыкновенная и необыкновенная волны в силу большой частоты распространяются вдоль одной лучевой траектории. Согласно [8] (см. также [9]), угол фарадеевского вращения определяется формулой:

$$\Omega(t) = \frac{\omega}{2c} \int_0^t \Delta\mu \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt, \quad (15)$$

$$\Delta\mu \cong \frac{1}{2} \frac{v \sqrt{u^2 \sin^4 \theta + 4(1-v)^2 u \cos^2 \theta}}{(1-v)(1-u \cos^2 \theta) - u \sin^2 \theta},$$

$$u = \left(\frac{\omega_H}{\omega}\right)^2 = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2}, \quad \theta = \vec{H}_0, \vec{k} \quad (16)$$

– разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн. В квазиизотропной среде можно приблизительно считать, что

$$\Omega(t) = \frac{\omega}{2} \int_0^t \Delta\mu \sqrt{\varepsilon(\vec{r}(t))} dt. \quad (17)$$

В приведённых ниже расчетах амплитуда магнитного поля предполагается постоянной, а ориентация напряжённости магнитного поля относительно локальной системы координат задается двумя углами γ и φ :

$$\begin{aligned} H_{0x} &= H_0 \cos \gamma \cos \varphi, & H_{0y} &= H_0 \cos \gamma \sin \varphi, \\ H_{0z} &= H_0 \sin \gamma. \end{aligned} \quad (18)$$

При вычислении применялись следующие значения параметров: $H_0 = 0,36 \text{ Э}$, $\gamma = -135^\circ$.

Зависимость параметра $\Delta\mu$ от высоты вдоль лучей при $\varphi = 0$ приведена на рис. 9.

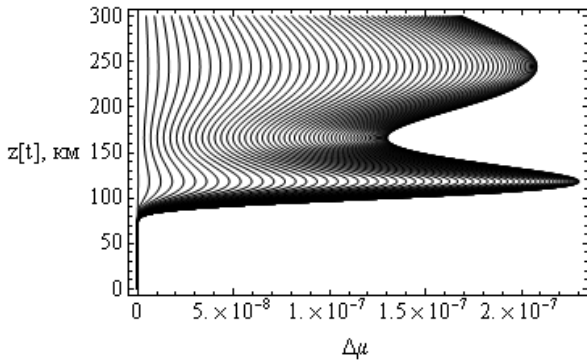


Рис. 9. Зависимость $\Delta\mu$ (по горизонтали) от высоты (по вертикали), $f = 430 \text{ МГц}$.

Видно, что форма кривой в целом отслеживает профиль электронной концентрации. Однако для луча, ортогонального магнитному полю и выходящего под углом -45° , отличие от нуля очень незначительное, хотя при ближайшем рассмотрении кривая имеет ту же форму.

На рис. 10 показана зависимость угла фарадеевского вращения Ω (по горизонтали) от группового времени при различных углах φ . Форма кривой – квазипарабола.

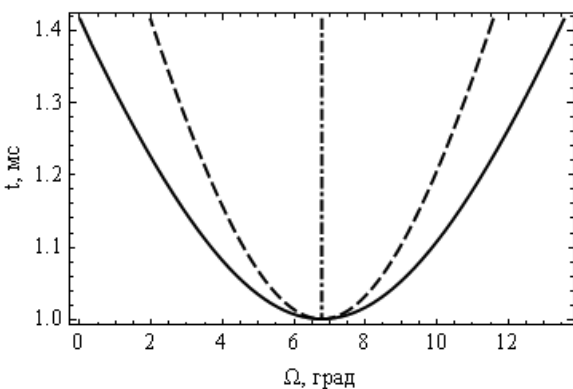


Рис. 10. Зависимость угла фарадеевского вращения от группового времени, $f = 430 \text{ МГц}$, $\varphi = 0$ – сплошная линия, $\varphi = \pi/4$ – штриховая линия, $\varphi = \pi/2$ – штрихпунктирная линия

Из рис. 10 видно, что угол фарадеевского вращения достигает 14° . Это значение соответствует дальности по координате $x = 600 \text{ км}$ (см. рис. 11). Следует отметить, что угол фарадеевского вращения при дальности $x = 0 \text{ км}$ (групповое время порядка $1,4 \text{ мс}$) близок к нулю, так

как в этом случае луч ортогонален магнитному полю.

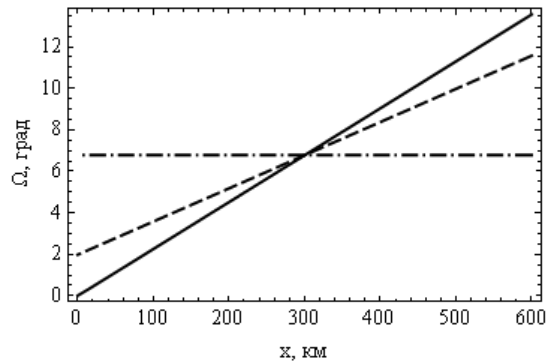


Рис. 11. Зависимость угла фарадеевского вращения от координаты x , $f = 430 \text{ МГц}$, $\varphi = 0$ – сплошная линия, $\varphi = \pi/4$ – штриховая линия, $\varphi = \pi/2$ – штрихпунктирная линия

При $\varphi = \pi/4$ диапазон изменения угла фарадеевского вращения составляет от 2 до 12 градусов. Если же угол $\varphi = \pi/2$, то есть магнитное поле ортогонально плоскости, в которой лежат лучевые траектории, то угол фарадеевского вращения близок к константе и составляет $6,8^\circ$.

На рис. 12 показано изменение угла фарадеевского вращения вектора поляризации вдоль лучей в этом последнем случае.

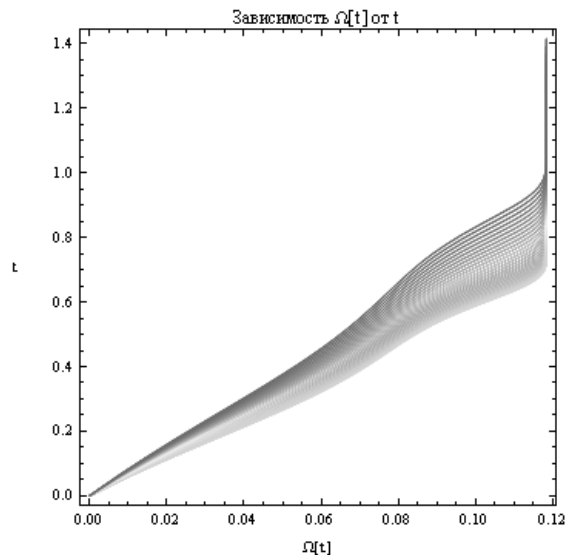


Рис. 12. Зависимость угла фарадеевского вращения (по горизонтали) от группового времени (по вертикали), $f = 430 \text{ МГц}$, $\varphi = \pi/2$

Таким образом, в работе методом бихарактеристик (см. также [10, 11]) рассмотрены особенности влияния ионосферы Земли на распространение радиоволн Р-диапазона: отклонение лучевых траекторий от прямых линий, измене-

ние величины набега фазы за счет влияния ионосферы и фарадеевское вращение. Получены оценки величин угла фарадеевского вращения в зависимости от взаимной ориентации лучевых траекторий и вектора напряженности внешнего магнитного поля.

Литература

1. Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С. Радиотомография ионосферы. – М. : Физматлит, 2007. – 345 с.
2. Андреева Е.С., Крюковский А.С., Куницын В.Е., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Кирьянова К.С. Моделирование лучевой и каустической структуры электромагнитных полей по данным радиотомографии ионосферы в окрестности экваториальной аномалии // Распространение радиоволн : сб. докл. XXIII Всероссийской научной конференции (23–26.05.2011, Йошкар-Ола). – Йошкар-Ола : Марийский государственный технический университет, 2011. – Т. 3. – С. 288–291.
3. Kutuza, B.G., Kalinkevitch, A.A., Ephi-mov, A.I., Vostrov, E.A., Dzenkevitch, A.V. Application of SAR Operating at P-band for Space Experiments // EUSAR'96: Proceedings. – Germany, Königswinter. – 1996. – P. 309–313.
4. ГОСТ 25645.146–89 Ионосфера Земли. Модель глобального распределения концентрации, температуры и эффективной частоты соударений электронов. Часть 1. Таблицы параметров. – М. : Издательство стандартов, 1990. – 30 с.
5. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // Космические исследования. – 1967. – Т. 5. – Вып. 4. – С. 593–600.
6. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме. // Радиотехника и электроника. – 2012. – Т. – 57. – № 9. – С. 1028–1034.
7. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. – 2015. – Т. 60. – № 10. – С. 1001–1009.
8. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. – М. : Мир, 1973. – 502 с.
9. Кутуза Б.Г., Мошков А.В. Влияние фарадеевского вращения плоскости поляризации в ионосфере при измерении из космоса радиоизлучения поверхности океана // Исследование Земли из космоса. – 1988. – № 5. – С. 94–98.
10. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхностей земли и ионосферных слоев // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2016. – Выпуски 1–2. – С. 34–40.
11. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Исследование проекций лучевых и каустических структур в координатно-импульсных подпространствах предканонического оператора Маслова // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2015. – Выпуск 1. – С. 17–26.