

Я.Е. Львович, Н.А. Рындин, Ю.С. Сахаров

ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА  
МНОГОВАРИАНТНОЙ СТРУКТУРИЗАЦИИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ  
В ЦИФРОВИЗИРОВАННОЙ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

**Аннотация.** В условиях интенсивной цифровизации всех сфер общества происходит интеграция деятельности организационных систем с цифровой средой управления. Актуальной становится задача определения структуры такой организационной системы, состоящей из компонентов цифровой среды и непосредственно организационной системы, которая бы максимально удовлетворяла требованиям эффективности функционирования цифровизированной организационной системы. Оптимизационное моделирование процесса многовариантной структуризации направлено на постановку и алгоритмизацию задач оптимального принятия управленческих решений в цифровизированной организационной системе. Рассматриваются вопросы алгоритмизации процесса выбора компонентов цифровизированной организационной системы, которые максимальным образом будут обеспечивать выполнение требований управляющего центра к показателям эффективности организационной системы. Приводится последовательность вычислительных и оценочных операций, позволяющих определить двоичные и ранговые оценки степени соответствия компонентов цифровой среды экстремальным и граничным требованиям к показателям цифровизированной организационной системы, размерность задач компонентной оптимизации, математические конструкции функции экстремальных и граничных требований задачи, а также энтропийные оценки, необходимые для организации  $H$ -релаксационного итерационного процесса.

*Ключевые слова:* цифровая среда, управление, структура, организационные системы, оптимизация.

Ya.E. Lvovich, N.A. Ryndin, Yu.S. Saharov

OPTIMIZATION MODELING OF THE MULTIVARIANT STRUCTURING  
PROCESS IN DIGITALIZED ORGANIZATIONAL SYSTEM MANAGEMENT

**Abstract.** In the conditions of intensive digitalization of all spheres of society, the integration of the activities of organizational systems with the digital environment for managing them takes place. The task of determining the structure of such an organizational system, consisting of components of the digital environment and the organizational system itself, that would maximally satisfy the requirements for the effectiveness of the functioning of a digitalized organizational system becomes relevant. Optimization modeling of the process of multivariate structuring is aimed at setting and algorithmizing the tasks of optimal management decision-making in a digitalized organizational system. The article deals with the issues of algorithmization of the process of choosing the components of a digitalized organizational system, which will ensure the fulfillment of the requirements of the control center for the performance indicators of the organizational system in the maximum way. A sequence of computational and evaluation operations is given to determine binary and rank estimates of the degree of compliance of the components of the digital environment with the extreme and boundary requirements for the indicators of a digitalized organizational system, the dimension of component optimization problems, mathematical constructions of the function of the extreme and boundary requirements of the problem, as well as entropy estimates necessary for the organization  $H$ -relaxation iterative process.

*Keywords:* digital environment, management, structure, organizational systems, optimization.

**Львович Яков Евсеевич**

доктор технических наук, профессор. Воронежский государственный технический университет, город Воронеж. Сфера научных интересов: методы моделирования и оптимизации; моделирование и оптимизация социально-экономических систем; интеллектуализация принятия решений в инфокоммуникационных системах. Автор более 700 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: office@vvt.vrn.ru

**Рындин Никита Александрович**

кандидат технических наук, доцент. Воронежский государственный технический университет, город Воронеж. Сфера научных интересов: информационные системы; моделирование и оптимизация социально-экономических систем. Автор более 30 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: nikita.ryndin@gmail.com

**Сахаров Юрий Серафимович**

доктор технических наук, профессор. Университет «Дубна», город Дубна Московской области. Сфера научных интересов: компьютеризация управления образованием и бизнесом; теория принятия оптимальных решений в условиях многокритериальности и при многих предпочтениях; теория векторной оптимизации; системы автоматизации проектирования электронной техники.

Автор более 100 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: persona@uni-dubna.ru

*Введение*

Цифровизация организационных систем приводит к тому, что эффективность принятия управленческих решений существенным образом зависит от возможностей цифровой среды управления, которая объединяет технические и программные средства в единый комплекс. При этом эффективность такой цифровизированной системы определяется соответствием показателей установленным требованиям за определенные интервалы времени [1; 4; 5]. Для перехода от одного этапа к следующему требуется стадия развития системы поддержки управленческих решений по двум причинам:

- происходит снижение функциональности эксплуатируемых компонентов ниже критического уровня;
- возникают новые задачи управления, требующие включения в цифровую среду соответствующих компонентов.

В целях развития цифровой среды управления организационными системами управляющий центр привлекает дополнительное ресурсное обеспечение:

- для интеграции новых компонентов;
- замены эксплуатируемых компонентов с идентичной функциональностью, если она не поддерживается новыми компонентами.

Целью работы является формирование моделей и алгоритмов процесса выбора компонентов цифровизированной организационной системы, которые максимальным образом будут обеспечивать выполнение требований управляющего центра к показателям эффективности организационной системы. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи: трансформировать принципы многовариантной структуризации, предложенные в [3], в последовательность вычислительных и оценочных операций, позволяющих определить двоичные и ранговые оценки степени соответствия компонентов цифровой

среды экстремальным и граничным требованиям цифровизированной организационной системы; определить размерность задач компонентной оптимизации, математические функции экстремальных и граничных требований задачи; определить энтропийные оценки, необходимые для организации  $H$ -релаксационного итерационного процесса.

*Оптимизационное моделирование процесса многовариантной структуризации на компонентном уровне*

Согласно принципу компонентной оптимизации [2] оптимизационная модель многовариантной структуризации на компонентном уровне направлена на ограничение разнообразия множеств реализации  $g$ -го компонента  $w_g = \overline{1, W_g}$  до некоторого редуцированного множества  $\hat{w} = \overline{1, \hat{W}}$ ,  $g = \overline{1, G}$ . При этом редуцированные множества должны включать реализации  $\hat{w}$ , в наибольшей степени соответствующие по своим показателям  $y_{w_g j}$ ,  $j = \overline{1, J}$ ,  $w_g = \overline{1, W_g}$  граничным

$$y_j = f_j(x_m) \geq y_j^\circ, j = \overline{1, J}. \tag{1}$$

и экстремальным требования к показателям цифровизированной организационной системы. Кроме того, эксперты управляющего центра выделяют один или несколько наиболее значимых показателей, для которых требования (1) трансформируются в экстремальные  $\psi_{j_1}(x_m) \rightarrow \min_{x_m}, j_1 = \overline{1, J_1}$  с использованием функции

$$\psi_{j_1}(x_m) = \begin{cases} y_{j_1}^\circ - f_{j_1}, & \text{если } y_{j_1} \geq y_{j_1}^\circ, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \tag{2}$$

где  $j_1 = \overline{1, J_1} \in \overline{1, J}$  – нумерационное множество показателей, к которым предъявляются экстремальные требования (2).

Источником определения такого соответствия в форме двоичных

$$c_{mj} = \begin{cases} 1, & \text{если реализация компонента соответствующая} \\ & \text{й-альтернативной переменной способству} \\ & \text{ет выполнению условий (1), (2)} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \tag{3}$$

$$m = \overline{1, M}, j = \overline{1, J};$$

или ранговых

$$a_{mj} = 1 - \frac{\rho_{mj}}{\sum_{j=1}^J \rho_{mj}}, m = \overline{1, M}, j = \overline{1, J}, \tag{4}$$

оценок является экспертная информация.

Рассмотрим, каким образом использовать экспертную информацию для определения двоичных оценок. Формируются  $G$  наборов, фиксирующих мнение эксперта:

$$e_{w_g j} = \begin{cases} 1, & \text{если } w_g\text{-я реализация } g\text{-го компонента} \\ & \text{влияет на достижение } j\text{-го требования,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \tag{5}$$

$$w_g = \overline{1, W}, g = \overline{1, G}, j = \overline{1, J}.$$

На основе (5) и с учетом правила большинства при экспертном оценивании определим интегральную оценку  $g$ -го компонента:

$$E_{w_g} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{j=1}^J e_{w_g j} \geq \frac{1}{2}J, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$w_g = \overline{1, W_g}, g = \overline{1, G}.$$

Тогда степень влияния  $m$ -й альтернативной переменной, соответствующей  $w_g$ -реализации  $g$ -го компонента, будет вычисляться как

$$e_{mj} = E_{w_g} e_{w_g j}. \tag{6}$$

Для вычисления ранговых оценок к экспертному оцениванию привлекается группа  $d = \overline{1, D}$  экспертов. С учетом выполнения условий согласованности экспертов определяются значения рангов каждой реализации  $w_g = \overline{1, W_g}$  по  $j$ -му требованию к показателям эффективности цифровизированной организационной системы:

$$\rho_{w_g j}, w_g = \overline{1, W_g}, g = \overline{1, G}, j = \overline{1, J}, \tag{7}$$

которые определяют значимость  $w_g$ -й реализации  $g$ -го компонента для выполнения  $j$ -го требования: наиболее значимая –  $\rho_{w_g j} = 1$ , наименее значимая –  $\rho_{w_g j} = W_g$ .

На основе (7) определяются коэффициенты значимости  $w_g$ -й реализации  $g$ -го компонента соответствующей  $m$ -й альтернативной переменной:

$$a_{mj} = 1 - \frac{\rho_{w_g j}}{\sum_{w_g = \overline{1, W_g}} \rho_{w_g j}}, m = \overline{1, M}, j = \overline{1, J}. \tag{8}$$

Для формирования оптимизационных моделей, включающих альтернативные переменные  $x_m = \begin{cases} 1, \\ 0, \end{cases} m = \overline{1, M}$ , необходимо определить размерность нумерационного множества  $m = \overline{1, M}$  в соответствии с условием

$$H(B) \geq H(A), \tag{9}$$

где  $H$  – обозначение величины энтропии. Следует обеспечить сохранение разнообразия процесса многовариантной структуризации  $A$  в пространстве вариантов редуцированных множеств  $S_l, l = \overline{1, L}$  при реализации процесса многовариантной структуризации  $B$  в пространстве альтернативных переменных.

На начальном этапе процесса многовариантной структуризации  $A$  принимается равномерным распределение вероятностей формирования вариантов  $S_l, l = \overline{1, L}$ , что приводит к зависимости энтропийной оценки  $H(A)$  от числа вариантов  $L$ . Многовариантная структуризация на компонентном уровне основана на делении множеств  $w_g = \overline{1, W_g}, g = \overline{1, G}$ , на два подмножества – редуцированное  $\widehat{w}_g = \overline{1, \widehat{W}_g}$  и остаточное. При этом число возможных вариантов

$$L = 2^{W_g}, g = \overline{1, G}.$$

Тогда

$$H_g(A) = W_g \lg 2, g = \overline{1, G}. \quad (10)$$

На начальном этапе процесса многовариантной структуризации  $B$  принимается равномерное распределение значений альтернативных переменных для  $g$ -го компонента

$$p_{mg} = 0,5, m_g = \overline{1, M_g}, g = \overline{1, G}.$$

Тогда энтропийная оценка в соответствии с (10)

$$H_g(B) = M_g \lg 2. \quad (11)$$

Исходя из условия (9) и энтропийных оценок (10), (11) размерность оптимизационной модели при многовариантной структуризации на компонентном уровне можно записать как

$$M_g = W_g, g = \overline{1, G}.$$

Поскольку для всех компонентов  $g = \overline{1, G}$  формирование редуцированного множества  $\widehat{w}_g = \overline{1, \widehat{W}_g}$  осуществляется идентично, далее будем обозначать при окончательном формировании оптимизационных моделей множество альтернативных переменных  $m = \overline{1, M}$ .

Определившись с размерностью множества альтернативных переменных и характеристикой влияния соответствующих им компонентов  $w_g, g = \overline{1, G}$ , перейдем к формированию экстремальных и граничных требований. Непосредственные математические конструкции, отражающие требования, различны для оценок влияния (6) и (8).

В случае оценок (6) имеет смысл использовать их при формировании граничных требований, разделив на две группы, – соответствующие требованиям (2)  $j_1 = \overline{1, J_1}$  и требованиям (1)  $j_2 = \overline{1, J_2}$ , где  $\overline{1, J_1} \cup \overline{1, J_2} = \overline{1, J}$ . При этом каждая реализация  $w_g$ -го компонента, включаемая в редуцированное множество  $\widehat{w}_g = \overline{1, \widehat{W}_g}$ , должна обеспечивать влияние на выполнение не менее  $C_{j_1}$  требований (2) и  $C_{j_2}$  требований (1):

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M c_{mj_1} x_m &\geq C_{j_1}, j_1 = \overline{1, J_1}; \\ \sum_{m=1}^M c_{mj_2} x_m &\geq C_{j_2}, j_2 = \overline{1, J_2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда экстремальное требование направлено на минимизацию числа компонентов  $\widehat{W}_g$ , включаемых в редуцированное множество:

$$\sum_{m=1}^M x_m \rightarrow \min_{x_m}. \quad (13)$$

Объединив (12) и (13), получим следующую оптимизационную модель:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^M x_m \rightarrow \min_{x_m} \\
 & \sum_{m=1}^M c_{mj_1} x_m \geq C_{j_1}, j_1 = \overline{1, J_1}; \\
 & \sum_{m=1}^M c_{mj_2} x_m \geq C_{j_2}, j_2 = \overline{1, J_2}. \\
 & x_m = \begin{cases} 1, \\ 0 \end{cases} m = \overline{1, M}
 \end{aligned} \tag{14}$$

В отличие от модели (14), где данных  $c_{mj_1}, C_{j_1}, c_{mj_2}, C_{j_2}$  достаточно для ее построения, оценки (8) позволяют сформировать только экстремальное требование, которое заключается во включении в редуцированное множество тех реализаций  $w_g$   $g$ -го компонента, которые обеспечивают наибольшее влияние на выполнение  $j$ -го требования. Поскольку имеем  $j_1 = \overline{1, J_1}$  экстремальных  $j_2 = \overline{1, J_2}$  граничных требований, получаем многокритериальную задачу

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^M a_{mj_1} x_m \rightarrow \max, j_1 = \overline{1, J_1}, \\
 & \sum_{m=1}^M a_{mj_2} x_m \rightarrow \max, j_2 = \overline{1, J_2}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Граничные требования связывают задачу компонентной оптимизации с задачей ресурсной оптимизации по следующим характеристикам:

$U_{w_g}^\circ, w_g = \overline{1, W_g}, g = \overline{1, G}$  – ресурсное обеспечение, требуемое для ввода в эксплуатацию и поддержание функциональности  $w_g$ -й реализации  $g$ -го компонента;

$U_g, g = \overline{1, G}$  – ресурсное обеспечение, которое установлено для ввода в эксплуатацию и поддержание функциональности  $g$ -го компонента.

Будем считать, что альтернативные переменные  $x_m, m = \overline{1, M}$  соответствуют множеству реализаций  $w_g = \overline{1, W_g}$   $g$ -го компонента. Тогда граничное требование имеет вид

$$\sum_{m=1}^M U_m^\circ x_m \leq \left( \sum_{m=1}^M x_m \right) U, \tag{16}$$

где  $\sum_{m=1}^M x_m$  соответствует числу компонентов, включаемых в редуцированное множество.

Объединив (15) и (16), получим следующую оптимизационную модель:

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^M a_{mj_1} x_m &\rightarrow \max, j_1 = \overline{1, J_1}, \\
 \sum_{m=1}^M a_{mj_2} x_m &\rightarrow \max, j_2 = \overline{1, J_2}. \\
 \sum_{m=1}^M U_m^\circ x_m &\leq \left( \sum_{m=1}^M x_m \right) U \\
 x_m &= \begin{cases} 1, & m = \overline{1, M} \\ 0 & \end{cases}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Следующим этапом после формирования оптимизационных моделей (14), (16) является итерационная реализация многовариантной структуризации. Для обеспечения  $H$ -релаксационности при переходе от  $k$ -й итерации к  $(k+1)$ -й процесса  $A$  используется условие

$$-\sum_{l=1}^L p_l^{k+1} \lg p_l^{k+1} \leq -\sum_{l=1}^L p_l^k \lg p_l^k, \tag{18}$$

где  $p_l^k$  определяется на  $k$ -й итерации по формуле

$$p_{m_g}^k = p_{x_m}^k, p_l^k = \prod_{m=1}^{M_1} p_{x_m}^k \prod_{m=M_1+1}^M (1 - p_{x_m}^k), \tag{19}$$

где  $m = \overline{1, M_1}$  – нумерационное множество альтернативных переменных, для которых принято значение  $x_m = 1$ ,  $m = \overline{1, M_1}$  – нумерационное множество альтернативных переменных, для которых принято значение  $x_m = 0$  процесса  $B$  :

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^M \left[ p_{x_m}^{k+1} \lg p_{x_m}^{k+1} + (1 - p_{x_m}^{k+1}) \lg (1 - p_{x_m}^{k+1}) \right] &\leq \\
 \sum_{m=1}^M \left[ p_{x_m}^k \lg p_{x_m}^k + (1 - p_{x_m}^k) \lg (1 - p_{x_m}^k) \right]. &
 \end{aligned} \tag{20}$$

Энтропийные оценки (18), (20) используются для проверки правила останова

$$\begin{aligned}
 H^{K-1}(A) - H^K(A) &\leq \gamma, \\
 H^{K-1}(B) - H^K(B) &\leq \gamma,
 \end{aligned} \tag{21}$$

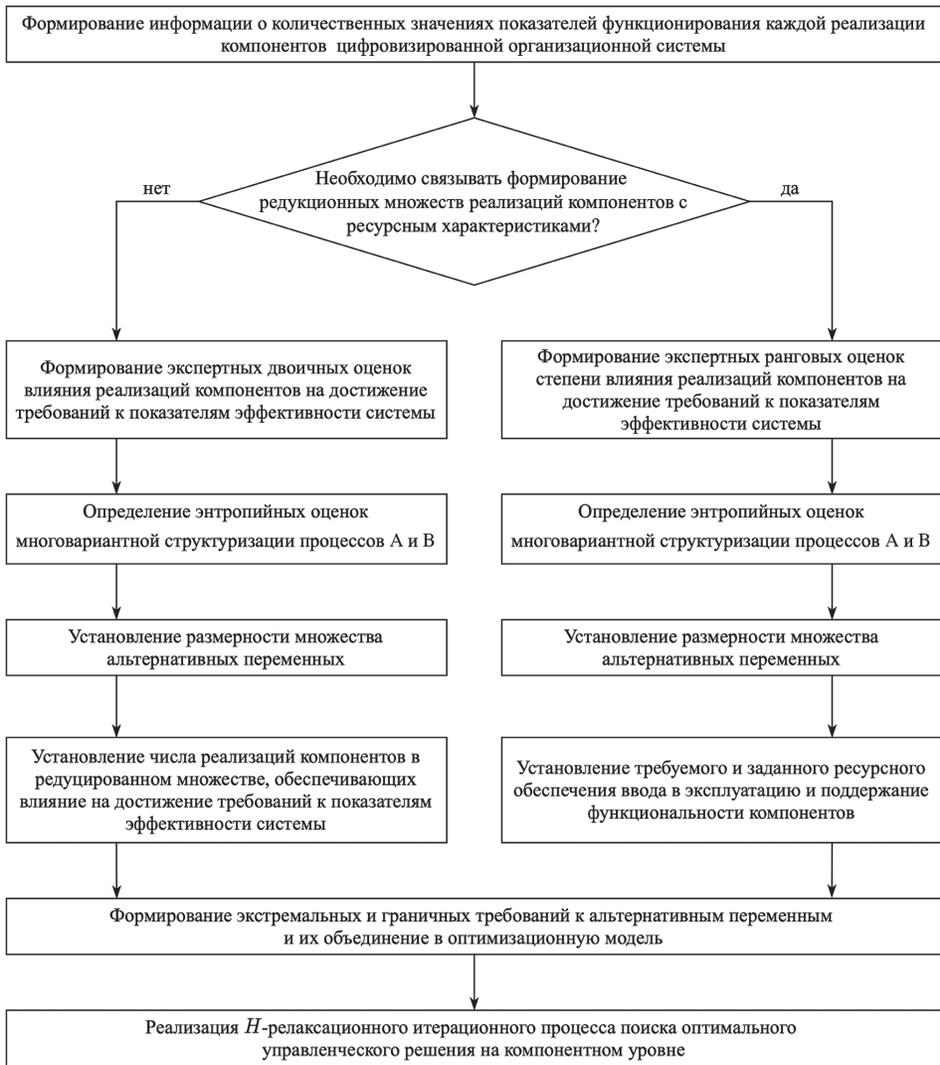
итерационного процесса при  $k = K$ . После останова на основе альтернативных переменных  $x_m^* = 1$  формируются редукционные множества реализаций компонентов

$$\hat{w}_g = \overline{1, \hat{W}_g}, g = \overline{1, G},$$

что и является результатом многовариантной структуризации на компонентном уровне.

Структурная схема оптимизационного моделирования процесса многовариантной структуризации на компонентном уровне приведена на Рисунке.

Оптимизационное моделирование процесса многовариантной структуризации ...



**Рисунок.** Структурная схема оптимизационного моделирования многовариантной структуризации на компонентном уровне

*Заключение*

Необходимость развития цифровой среды управления, интегрированной в деятельность организационной системы, требует для этих целей привлечения управляющим центром дополнительного ресурсного обеспечения и его распределения между компонентами, входящими в эту среду, и временными интервалами, определяющими дискретные моменты времени мониторинга показателей эффективности и принятия решений. При формировании оптимизационных моделей процесса многовариантной структуризации необходимо организовать экспертное оценивание реализаций компонентов цифровой среды, включаемых в редуцированное множество так, чтобы определить двоичные и ранговые оценки степени влияния этих реализаций на соответствие их показателей экстре-

мальным и граничным требованиям цифровизированной организационной системы. Проведя энтропийную оценку размерности альтернативных переменных, необходимо сформировать критерий и ограничения задачи компонентной оптимизации. Построенная оптимизационная модель позволяет осуществить  $H$ -релаксационный итерационный процесс поиска оптимального управленческого решения и обеспечить развитие компонентов цифровой среды для максимального удовлетворения показателям эффективности цифровизированной системы, заданных управляющим центром.

### Литература

1. Львович Я.Е., Львович И.Я., Чопоров О.Н. Оптимизация цифрового управления в организационных системах: монография / под ред. Я.Е. Львовича. Воронеж: Научная книга, 2021. 191 с.
2. Львович Я.Е., Рындин Н.А., Сахаров Ю.С. Оптимизация распределения ресурсного обеспечения развития цифровой среды управления в организационных системах // Вестник российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ, управление. 2021. Вып. 4. С. 46–53.
3. Львович Я.Е., Львович И.Я. Принятие решений в экспертно-виртуальной среде: монография. Воронеж: Научная книга, 2010. 140 с.
4. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. 3-е изд., испр. и доп. М.: Издательство физико-математической литературы, 2012. 604 с.
5. Miettinen K., Ruiz F., Wierzbicki A. (2008) Introduction to multiobjective optimization: interactive approaches. *Multiobjective Optimization*, No. 1 (1), pp. 27–57.

### References

1. Lvovich Ya.E., Lvovich I.Ya., Choporov O.N. (2021) *Optimizacija cifrovogo upravlenija v organizacionnyh sistemah: monografija* [Optimization of digital control in organizational systems: monograph]. Voronezh: Nauchnaja kniga Publishing, 191 p. (in Russian).
2. Lvovich Ya.E., Ryndin N.A., Sakharov Yu.S. (2021) *Optimizacija raspredelenija resursnogo obespechenija razvitija cifrovoj sredy upravlenija v organizacionnyh sistemah* [Optimization of the distribution of resource support for the development of a digital management environment in organizational systems]. *Vestnik rossijskogo novogo universiteta. Serija: Slozhnye sistemy: modeli, analiz, upravlenie*, Iss. 4, pp. 46–53 (in Russian).
3. Lvovich Ya.E., Lvovich I.Ya. (2010) *Prinjatje reshenij v jekspertno-virtual'noj srede* [Decision making in an expert-virtual environment: monograph]. Voronezh: Nauchnaja kniga Publishing, 140 p. (in Russian).
4. Novikov D.A. (2012) *Teorija upravlenija organizacionnymi sistemami* [Theory of management of organizational systems]. Moscow: Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 604 p. (in Russian).
5. Miettinen K., Ruiz F., Wierzbicki A. (2008) Introduction to multiobjective optimization: interactive approaches. *Multiobjective Optimization*, No. 1 (1), pp. 27–57.