

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВОЗМУЩЕНИЙ ИОНОСФЕРЫ ПРИРОДНОГО И ТЕХНОГЕННОГО ХАРАКТЕРА³

В статье рассмотрены модели, описывающие профили электронной концентрации ионосферы. Исследованы различные типы возмущений как природного, так и техногенного характера, возникающие в ионосфере: слой Чепмена, двухслойная ионосферная плазма, модель радиально симметричной ионосферной плазмы, а также модели локальных неоднородностей с пониженной электронной концентрацией на высоте максимума слоя и с повышенной электронной концентрацией вне слоя. Рассмотрены модели квазипериодических структур. Приведена математическая модель, позволяющая получить профили электронной концентрации, когда неоднородности имеют произвольную ориентацию.

Ключевые слова: ионосфера, модель, неоднородность, слой Чепмена, возмущения, электронная концентрация, плазма.

K.S. Kiryanova
A.S. Kryukovsky

MATHEMATICAL MODELS OF NATURAL AND MAN-MADE IONOSPHERIC DISTURBANCES

The models describing structures of electronic ionospheric concentration are considered. The various disturbance types as natural, and technological character arising in the ionosphere are investigated: Chapman's layer, double-layer ionospheric plasma, model of radial symmetric ionospheric plasma, and also local inhomogeneity model with the lowered electronic concentration at height of a maximum of a layer and with the increased electronic concentration outside of a layer. The models of semi-periodical structures are considered. The mathematical model allowing to receive structures electronic concentration is given when heterogeneity have any orientation.

Keywords: ionosphere, model, heterogeneity, Chapman's layer, disturbances, electronic concentration, plasma.

Введение

Ионосфера – это верхняя часть атмосферы. Она представляет собой разреженную слабо ионизированную плазму, которая находится в магнитном поле Земли. Ионосфера обладает специфическими свойствами, которые определяют характер распространения в ней радиоволн. Она состоит из нескольких слоев [1]: F, E, D, которые характеризуют регулярную структуру ио-

носферы. Слои не имеют резко выраженных границ. Их положение и интенсивность регулярно изменяются в течение дня, сезона и 11-летнего солнечного цикла, причем слои E и D могут возникать или исчезать. Таким образом, различные природные условия оказывают сильное влияние на ионизацию. Например, во время солнечных вспышек всплеск рентгеновского излучения вызывает внезапное возмущение в нижней части ионосферы – повышенную ионизацию на высотах 50–100 км, особенно сильную в полярных шапках (областях вблизи магнитного полюса). Еще одним примером возмущений природного характера в ионосфере может служить «экваториальная аномалия». Воздействие на ионосферу может быть и техногенного характера – ракеты, спутники, радиоизлучение и многое другое мо-

¹ Аспирант НОУ ВПО «Российский новый университет».

² Доктор физико-математических наук, профессор, декан факультета информационных систем и компьютерных технологий НОУ ВПО «Российский новый университет».

³ Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 12-02-00413-а, 10-02-01103-а), а также при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

жет оказывать влияние на электронную концентрацию ионосферы. Эти воздействия носят, как правило, локальный характер и приводят к возникновению различных возмущений.

1. Математические модели

К настоящему времени разработаны различные математические модели, описывающие профили электронной концентрации ионосферы. Обычная модель ионосферы состоит из суммы функций, каждая из которых описывает свой слой и содержит определенный набор параметров. Для моделирования возмущений возможны два пути: либо аддитивным образом учитывать локальные или глобальные модификации профиля электронной концентрации, либо учитывать зависимость параметров слоев от координат и «медленного» (по сравнению с длительностью распространения сигнала) времени. Такие модели наглядно демонстрируют появление различных возмущений ионосферы, таких, как повышенная электронная концентрация, пониженная электронная концентрация, возникновение ионосферных каналов, особенности ионизации различных слоев ионосферы.

Ниже представлена математическая модель, описывающая двухслойную ионосферную плазму, для которой профиль электронной концентрации имеет вид [2]:

$$N = N_0 \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) - \sec \chi \exp \left(- \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) \right) \right] + \beta \exp \left[- \left(\frac{z - z_{02}}{z_{m2}} \right)^2 \right] \right\}, \quad (1)$$

где N_0 – электронная концентрация в максимуме основного слоя F_2 , z_{01} – высота максимума основного слоя F_2 , z_{m1} – условная полутолщина основного слоя F_2 , β – безразмерный коэффициент, характеризующий степень ионизации нижнего слоя по отношению к основному, z_{02} – высота максимума нижнего слоя E, z_{m2} – условная полутолщина нижнего слоя E, χ – зенитный угол Солнца.

Формула (1) содержит два слагаемых в фигурных скобках. Первое слагаемое – это формула Чепмена, описывающая слой F_2 , а второе слагаемое – это дополнительный слой (слой E, или спорадический слой). Есть мнение (проф. Лукин Д.С.), что формула Чепмена лучше описывает слой E, а не F_2 . В этом случае коэффициент β нужно переставить.

На рис.1 представлен график распределения электронной концентрации, когда второй слой отсутствует, то есть параметр $\beta = 0$. Такой случай соответствует простому слою Чепмена. Видно, что с увеличением высоты электронная концентрация увеличивается, достигая своего максимума на высоте 300 км. Далее наблюдается спад электронной концентрации при дальнейшем увеличении высоты.

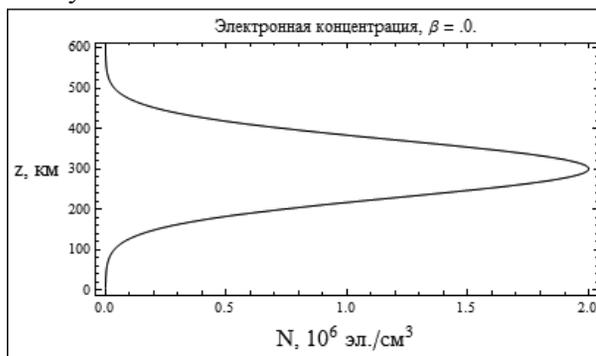


Рис. 1. Распределение электронной концентрации по высоте, $\beta = 0$.

При построении графика распределения электронной концентрации по высоте можно использовать различные значения параметров, перечисленных выше. В данном случае использовались следующие значения:

$$N_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ эл./см}^3, \quad z_{01} = 300 \text{ км}, \quad z_{m1} = 100 \text{ км}, \\ z_{02} = 100 \text{ км}, \quad z_{m2} = 10 \text{ км}, \quad \chi = 0.$$

При увеличении значения β образуется нижний слой в виде нижнего острия, что хорошо видно на рис. 2. Чем больше значение β , тем дальше острие будет смещаться вправо.

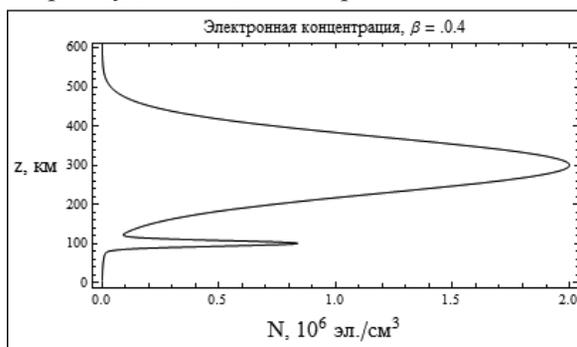


Рис. 2. Распределение электронной концентрации по высоте, $\beta = 0,4$

Модель (1) можно переписать, учитывая кривизну Земли. Получится модель радиально симметричной ионосферной плазмы [2]:

$$N = N_0 \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{\rho - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) - \sec \chi \exp \left(- \left(\frac{\rho - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) \right) \right] \right\} + \beta \exp \left[- \left(\frac{z - z_{02}}{z_{m2}} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Здесь

$$\rho = \sqrt{r^2 + 2zR_z + R_z^2} - R_z, \quad (3)$$

где R_z – радиус Земли (6380 км). Распределение электронной концентрации на графике выглядит практически так же, как на рис. 1 и рис. 2.

В реальной ионосфере часто возникает такое явление, как ионосферный канал. Это своеобразная трубка, которая может захватывать радиолучи. Ионосферные каналы существенным образом влияют на радиосвязь. К возникновению такого межслоевого канала (между спорадическим слоем и слоем F_2) приводит профиль электронной концентрации (рис. 3), моделируемый формулой (4) [2]:

$$N = N_0 \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) - \sec \chi \exp \left(- \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) \right) \right] \right\} + f(x) \exp \left[- \left(\frac{z - z_{02}}{z_{m2}} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

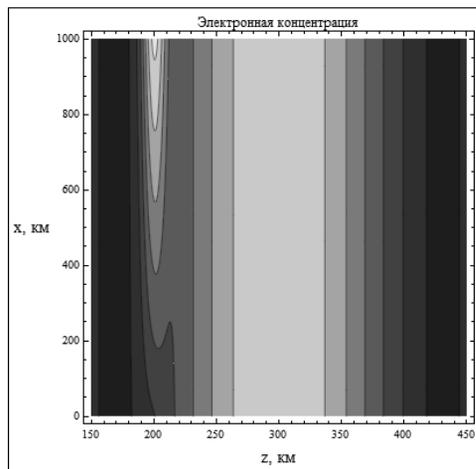


Рис. 3. Профиль электронной концентрации, приводящий к возникновению межслоевого канала

Здесь

$$f(x) = \beta \frac{x}{x_m}, \quad (5)$$

где параметр x_m – характерный размер.

На рис. 3 показаны линии равного уровня электронной концентрации для модели (4–5). Величина x_m равна 600 км. Более светлые области соответствуют более высокой электронной концентрации. Видно, что на высоте 200–250 км образуется ионосферный канал. Как выше, так и ниже этого канала значение электронной концентрации увеличивается.

При моделировании ситуации, когда ионосферный канал сначала возникает, а потом исчезает, функция $f(x)$ выглядит иначе, чем в (5) [2]:

$$f(x) = \beta \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{x}{x_m} \right). \quad (6)$$

На рис. 4 показано, как выглядят линии равного уровня электронной концентрации в данном случае. Слева наблюдается тонкий спорадический слой, образующий вместе со слоем F_2 межслоевой канал, способный захватывать радиоволны, а затем излучать их.

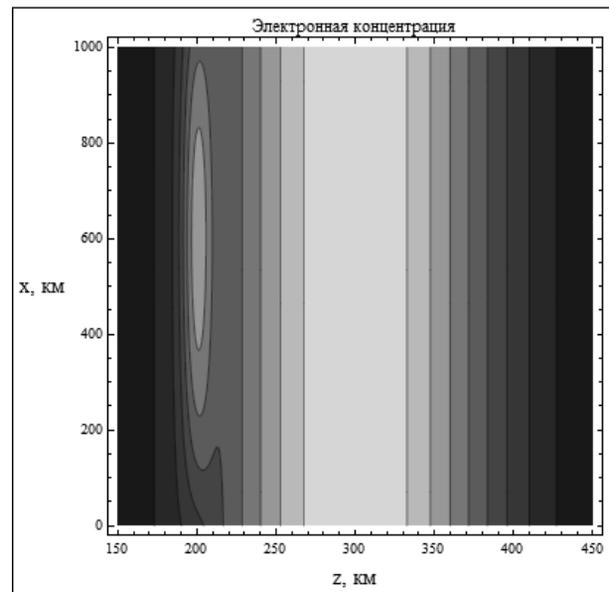


Рис. 4. Профиль электронной концентрации, приводящий к возникновению межслоевого канала и выходу из него

В ионосфере часто возникают такие возмущения, как локальные неоднородности, причем возможно как повышение электронной концентрации, так и ее понижение. Для описания таких возмущений можно применить формулу (7) (см. [2]):

$$N = N_0 \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) - \sec \chi \exp \left(- \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) \right) \right] \right\} + F(x, y, z), \quad (7)$$

в которой

$$F(x, y, z) = \beta_{loc} \exp \left[- \left(\left(\frac{x - x_{loc}}{x_{m3}} \right)^2 + \left(\frac{y - y_{loc}}{y_{m3}} \right)^2 + \left(\frac{z - z_{loc}}{z_{m3}} \right)^2 \right) \right]. \quad (8)$$

В выражении (8) x_{m3}, y_{m3}, z_{m3} – это размеры неоднородности, а $x_{loc}, y_{loc}, z_{loc}$ – это координаты расположения неоднородности. На рис. 5 показан случай, когда область повышенной электронной концентрации лежит вне слоя. Значения параметров при этом следующие:

$$x_{loc} = z_{loc} = 100 \text{ км}, \quad y_{loc} = 0, \quad \beta_{loc} = 0,5,$$

причем размеры неоднородности выбирались небольшие: $x_{m3} = y_{m3} = z_{m3} = 20 \text{ км}$.

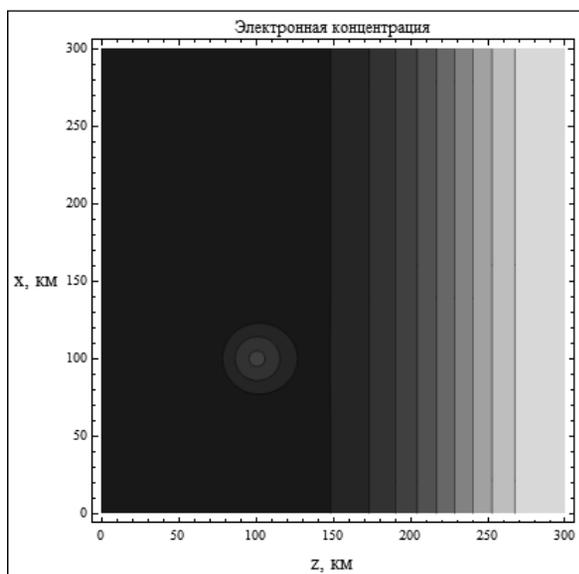


Рис. 5. Профиль электронной концентрации с локальной неоднородностью. Повышенная электронная концентрация расположена вне слоя

На рис. 5 локальная неоднородность хорошо просматривается – небольшой кружок на темном фоне. Ионосферные возмущения такого типа приводят к тому, что радиолучи выталкиваются из области распространения, так как электронная концентрация в такой неоднородности намного выше, чем вокруг нее.

Не менее интересен случай, когда возникает область пониженной электронной концентрации. На рис. 6 показана такая неоднородность, расположенная на высоте максимума слоя:

$$x_{loc} = 100 \text{ км}, \quad z_{loc} = 300 \text{ км}, \quad y_{loc} = 0, \quad \beta_{loc} = -0,5.$$

Хорошо видно (рис. 6), что неоднородность представляет собой кружок в центре рисунка.

Темный цвет соответствует пониженной электронной концентрации. Такие возмущения интересны тем, что, попадая в них, луч огибает себя несколько раз¹.

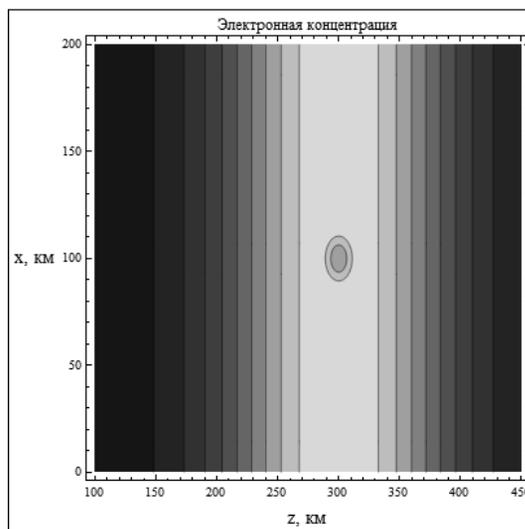


Рис. 6. Профиль электронной концентрации с локальной неоднородностью. Пониженная электронная концентрация на высоте максимума слоя

Неоднородности, описываемые моделями (7–8), носят техногенный характер. Неоднородности техногенного происхождения могут возникать в ионосфере в различных местах и их может быть несколько. Математически такую ситуацию описывает модель (9). В качестве примера (см. [3]) здесь рассмотрена ситуация, когда возникают три неоднородности с пониженной электронной концентрацией. При построении профиля электронной концентрации необходимо воспользоваться формулой (9):

$$N = N_0 \left\{ \exp \left[- \left(\frac{z_{01} - z}{z_{m1}} \right)^2 \right] + \beta \exp \left[\frac{1}{2} \left(1 - \left(- \frac{z - z_{02}}{z_{m2}/2} \right) - \sec[\chi] \exp \left[- \left(- \frac{z - z_{02}}{z_{m2}/2} \right) \right] \right) \right] + F_1(x, y, z) + F_2(x, y, z) + F_3(x, y, z) \right\}. \quad (9)$$

Здесь

$$F_j(x, y, z) = \beta_{locj} \exp \left[- \left(\left(\frac{x - x_{locj}}{x_{m3(j)}} \right)^2 + \left(\frac{y - y_{locj}}{y_{m3(j)}} \right)^2 + \left(\frac{z - z_{locj}}{z_{m3(j)}} \right)^2 \right) \right], \quad j=1,2,3. \quad (10)$$

¹ Впервые на такую возможность указал В.И. Стаевич.

Необходимо отметить, что в данной модели именно слой F_2 описывается экспонентой, а слой E – формулой Чепмена.

Линии равного уровня электронной концентрации представлены на рис. 7. Значения параметров в этом случае были:

$$\chi = 0, \quad \beta = 0,3, \quad \beta_{loc1,2,3} = -0,6, \quad x_{loc1} = 70 \text{ км},$$

$$x_{loc2} = 205 \text{ км}, \quad x_{loc3} = 130 \text{ км},$$

$$y_{loc1,2,3} = 0, \quad z_{loc1} = 299 \text{ км}, \quad z_{loc2} = 95 \text{ км},$$

$$z_{loc3} = 220 \text{ км}.$$

Небольшие темные пятна – это и есть области пониженной ионизации. Варьируя значения параметров, можно изменять размеры, положение неоднородностей, уровень электронной концентрации. При необходимости, количество таких возмущений также можно изменять. Математическая формула полностью позволяет моделировать ситуацию в зависимости от начальных условий. Изменение знака параметра $\beta_{loc1,2,3}$ позволит таким же образом получить профили электронной концентрации для локальных неоднородностей с повышенной электронной концентрацией. Обозначения в формулах (10) те же, что и в (8).

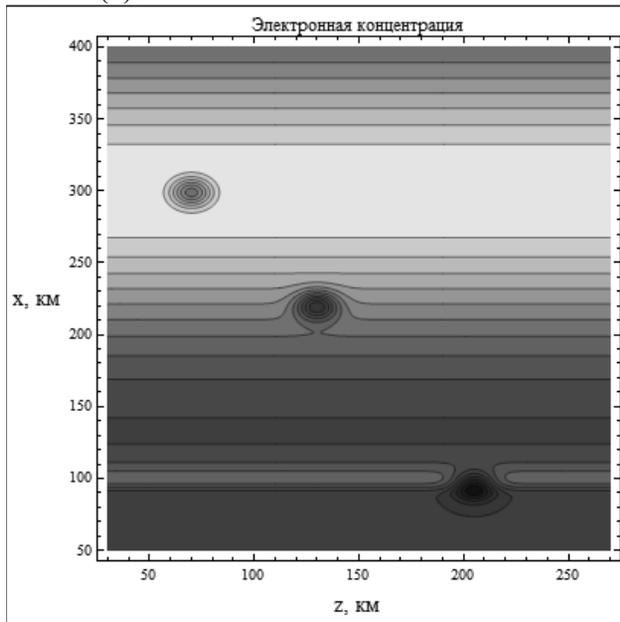


Рис. 7. Профиль электронной концентрации с локальной неоднородностью. Области пониженной электронной концентрации

В реальной ионосфере часто встречаются неоднородности в виде квазипериодических структур, которые представляют собой последова-

тельно расположенные локальные неоднородности одного или разных типов. Примером может служить структура, когда области повышенной электронной концентрации расположены вне слоя и их достаточно много. Причем расположены эти области примерно на одной высоте. Для моделирования такой ситуации необходимо воспользоваться формулой [3]:

$$N = N_0 \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) - \sec \chi \exp \left(- \left(\frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2} \right) \right) \right] F(x) \right\}, \quad (11)$$

где

$$F(x) = 1 + \beta_{loc} \sin \left[\frac{\pi}{2} \frac{x}{x_m} \right]. \quad (12)$$

Использовались следующие значения параметров: $\beta_{loc} = 0,3$, $x_m = 80 \text{ км}$, $\chi = 0$.

Результаты моделирования представлены на рис. 8. Хорошо видны области с повышенной электронной концентрацией, которые идут друг за другом (самые светлые пятна). Расположены они на одной высоте, максимумы электронной концентрации в них расположены на высоте 300 км, далее в зависимости от высоты ионизация падает как выше, так и ниже максимумов. Такие возмущения способны очень сильно повлиять на движение радиолучей, оказавшись серьезным препятствием, и круто изменить траектории лучей. То, что такие возмущения реально наблюдаемы, показано в следующем разделе.

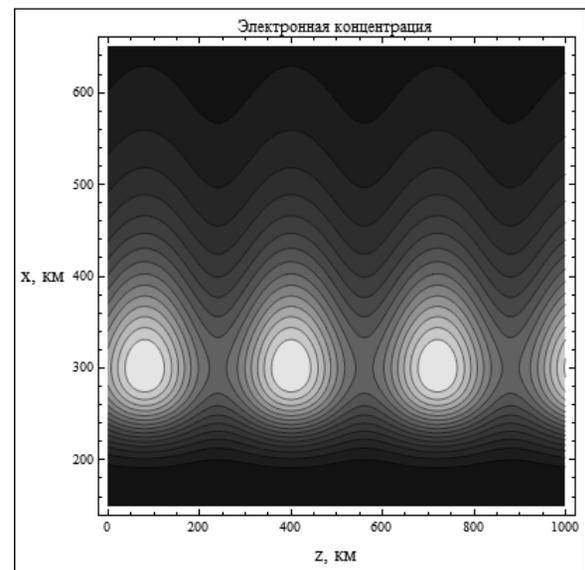


Рис. 8. Профиль электронной концентрации с локальной неоднородностью. Квазипериодическая структура

2. Возмущения в реальной ионосфере

Одним из интереснейших возмущений ионосферы является «экваториальная аномалия». Она является основной структурной особенностью ионосферы южных широт. Эта «аномалия» заключается в том, что в приэкваториальной области днем по обе стороны от геомагнитного экватора образуются максимумы ионизации. Наличие таких возмущений в ионосфере может существенно повлиять на распространение радиосигналов. Причем ядро экваториальной аномалии постоянно смещается в зависимости от времени суток. Значение максимальной электронной концентрации тоже постоянно изменяется.

При моделировании подобной ситуации профили электронной концентрации строятся в виде многомерных интерполяционных функций по данным радиотомографии [4–8]. Ниже представлена реконструкция слоев E и F₂ в окрестности экваториальной аномалии вдоль меридиана, соответствующего 121 град. восточной долготы.

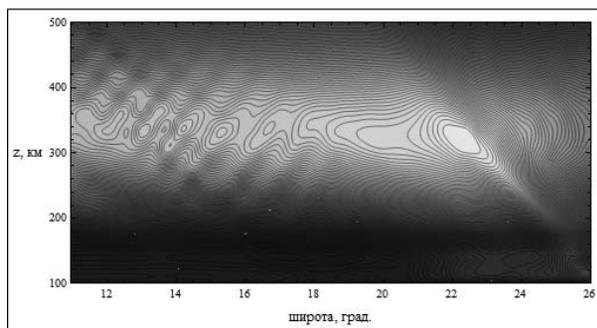


Рис. 9. Равные уровни электронной концентрации. Квазипериодическая структура

На рис. 9 продемонстрированы равные уровни электронной концентрации. Более темные области соответствуют более низкому значению электронной концентрации. Светлое пятно справа – ядро экваториальной аномалии. Там концентрация электронов наивысшая и составляет 1 млн 714 тыс. электронов в кубическом сантиметре. Левее от ядра аномалии хорошо просматривается квазипериодическая структура. Имеют место ионосферные каналы, позволяющие лучам на определенных частотах просачиваться через максимум ионосферного слоя.

На рис. 10 изображена экваториальная аномалия в другой промежуток времени (другой день). Видно, как сильно изменилась ее структура. Ядро сместилось немного ниже, по сравнению с рис. 9. Слева от ядра картина существенно изменилась тоже – исчезла периодическая структура.

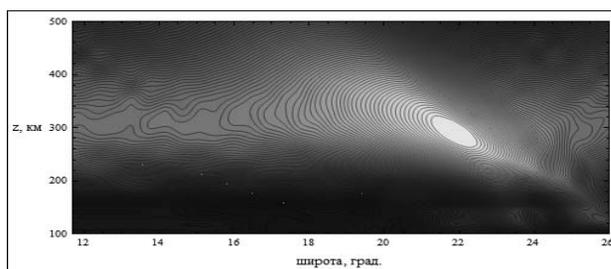


Рис. 10. Равные уровни электронной концентрации

Заключение

Таким образом, в работе были рассмотрены различные модели, описывающие профили электронной концентрации ионосферы (см. также [9–11]). Были исследованы различные типы возмущений, которые могут возникать в ионосфере как природного, так и техногенного характера. Среди них – простой слой Чепмена, двухслойная ионосферная плазма, модель радиально симметричной ионосферной плазмы. Исследованы и приведены модели локальных неоднородностей: неоднородностей с пониженной электронной концентрацией на высоте максимума слоя, а также с повышенной электронной концентрацией вне слоя. Рассмотрены модели квазипериодических структур. Приведена математическая модель, позволяющая получить профили электронной концентрации, когда неоднородности имеют произвольное расположение.

Литература

1. Дэвис, К. Радиоволны в ионосфере. – М. : Мир, 1972. – 502 с.
2. Крюковский А.С., Лукин, Д.С., Растягев Д.В. Исследование особенностей распространения коротких радиоволн в неоднородной анизотропной ионосфере // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2009. – Т. 14. – № 8. – С. 17–26.
3. Крюковский, А.С., Лукин, Д.С., Растягев, Д.В. Исследование влияния локальных неоднородностей ионосферной плазмы на распространение коротких радиоволн // Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика». – М. : РосНОУ, 2010. Выпуск 3. – С. 17–25.
4. Куницын, В.Е., Терещенко, Е.Д., Е.С. Андреева. Радиотомография ионосферы. – М., Физматлит, 2007, 345 с.
5. Andreeva, E.S., Franke, S.J., Kunitsyn, V.E., Yeh, K.C. Some Features of the Equatorial Anomaly Revealed by Ionospheric Tomography // Geophysical Research Letters. – Vol. 27. – No. 16. – P. 2465–2468, 2000.

6. Franke, S.J., Yeh, K.C., Andreeva, E.S., Kunitsyn, V.E. A study of the equatorial anomaly ionosphere using tomographic images // *Radio Science*, 2003. – V. 38. – No.1. – P. 1011–1020.

7. Kunitsyn, V.E., Andreeva, E.S., Franke, S.J., Yeh, K.C. Tomographic investigations of temporal variations of the ionospheric electron density and the implied fluxes // *Geophysical Research Letters*, 2003. – V. 30. – No. 16. – P. 1851–1854.

8. Андреева, Е.С., Крюковский, А.С., Кунитсин, В.Е., Лукин, Д.С., Растягаев, Д.В., Кирьянова, К.С. Моделирование лучевой и каустической структуры электромагнитных полей по данным радиотомографии ионосферы в окрестности экваториальной аномалии // *Распространение радиоволн : сб. докл. XXIII Всероссийской научной конференции (23–26 мая 2011; Йошкар-Ола)*. – Йошкар-Ола : Марийский государственный технический университет, 2011. – Т. 3. – С. 288–291.

9. Крюковский, А.С., Лукин, Д.С., Растягаев, Д.В. Моделирование лучевой и каустической

структуры электромагнитных полей по данным радиотомографии ионосферы в окрестности экваториальной аномалии // *Электромагнитные волны и электронные системы*. – 2010. – Т. 15. – № 8. – С. 5–11.

10. Крюковский, А.С., Кирьянова, К.С. Особенности лучевого распространения радиоволн в окрестности экваториальной аномалии // *Труды XII международной научной конференции «Цивилизация знаний: проблема человека в науке XXI века»*, – Москва, 22–23 апреля 2011 г. – Часть II. – М. : РосНОУ, 2011. – С. 15–19.

11. Крюковский, А.С., Кирьянова, К.С. Динамическое моделирование распространения радиоволн в окрестности экваториальной аномалии на основе метода бихарактеристик // *Электромагнитные волны и электронные системы*. – 2011. – Т. 16. – № 8. – С. 21–25.